

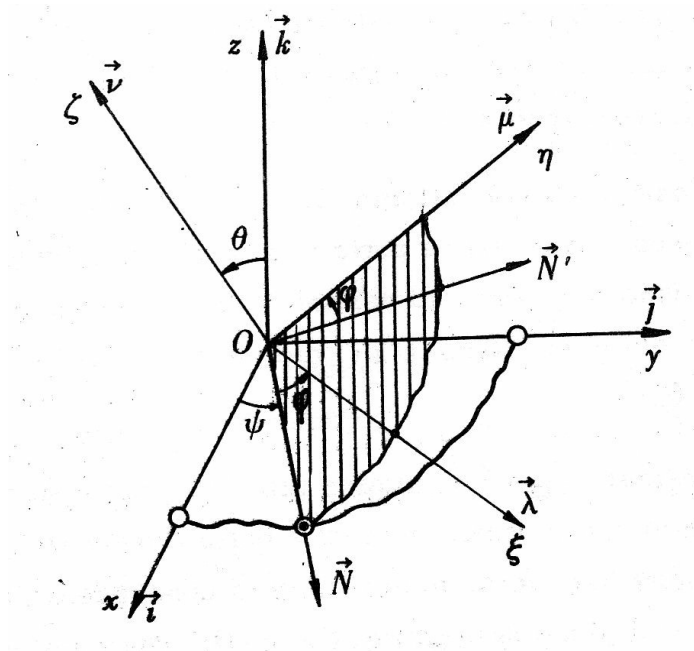
estratto da : **L'EQUILIBRIO UNIVERSALE**
dalla meccanica celeste alla fisica nucleare
 – Teoria del magnetismo solare e dei pianeti

Abbiamo finora preso in considerazione le condizioni di equilibrio dei sistemi legati, imponendo nello spazio fisico i principi di conservazione dell'energia e del momento della quantità di moto solo sul piano orbitale.

Nella realtà abbiamo però quasi sempre aggregati rotorivolventi variamente orientati nello spazio, i quali producono importanti e vistosi effetti giroscopici che si manifestano in tutte le direzioni.

Per un'analisi più completa dell'equilibrio dei sistemi reali non si può dunque non tenerne conto.

Noi non tratteremo la teoria generale del giroscopio, ma ci limiteremo a fare solo i richiami necessari e sufficienti per la comprensione dei processi che andremo a descrivere.



Con riferimento alla figura, consideriamo il moto di un punto materiale intorno al centro O , assunto come origine di una terna di assi cartesiani $X-Y-Z$ fissi nello spazio.

Consideriamo ancora un'altra terna di assi $\xi-\eta-\zeta$ con la stessa origine O , solidali con il punto P e dunque in moto con esso attorno all'origine O .

Sappiamo che, in generale, il momento angolare associato alla rotazione di un corpo di forma qualsiasi, calcolato come somma vettoriale dei momenti di tutti i suoi punti, non risulta parallelo all'asse di rotazione.

Qualunque sia la forma considerata, esistono tuttavia sempre tre assi tra loro perpendicolari tali che, se il corpo ruota attorno ad uno di essi, il momento angolare totale risulta parallelo all'asse di rotazione.

Questi assi vengono chiamati "assi principali di inerzia" ed i corrispondenti momenti di inerzia sono indicati come " **momenti principali di inerzia**".

I tre assi principali d'inerzia formano un sistema di riferimento solidale con il corpo preso in considerazione e ruota con esso.

Dato che gli assi principali d'inerzia coincidono con gli assi di simmetria dei corpi materiali e visto che nei casi reali, quasi sempre, la rotazione avviene attorno ad un asse di simmetria, esamineremo questo caso particolare.

Per poter definire l'orientamento nello spazio del punto materiale considerato, avente gli assi d'inerzia coincidenti con quelli mobili, sarà necessario riferire questi ultimi agli assi fissi.

Se consideriamo "la linea dei nodi" di versore \vec{N} , perpendicolare a entrambi gli assi OZ e $O\zeta$ e orientata nel verso del prodotto esterno $\vec{k} \wedge \vec{v}$, sarà possibile utilizzare gli angoli di Eulero, definiti come segue.

angolo di precessione ψ :

$\psi = \widehat{XON}$ è l'angolo di cui deve ruotare l'asse OX per poter coincidere con la linea dei nodi $O\vec{N}$, attraverso una rotazione antioraria rispetto ad un osservatore parallelo e concorde con l'asse OZ . Tale angolo può assumere qualunque valore positivo o negativo.

angolo di nutazione ϑ :

$\vartheta = \widehat{ZO\zeta}$ è l'angolo formato dagli assi OZ e $O\zeta$, che, per definizione, è compreso tra 0 e π .

angolo di rotazione propria φ :

$\varphi = \widehat{N\vec{O}\zeta}$ è l'angolo di cui deve ruotare la linea dei nodi, di versore \vec{N} , per portarsi a coincidere con l'asse $O\zeta$, attraverso una rotazione antioraria rispetto ad un osservatore parallelo e concorde con l'asse $O\zeta$. Anche questo angolo può assumere qualunque valore positivo o negativo.

In base a queste definizioni, risulta : $\vec{k} \wedge \vec{v} = \vec{N} \cdot \text{sen}\vartheta$

Possiamo, a questo punto, esprimere la rotazione istantanea $\vec{\omega}$ in funzione degli angoli di Eulero, osservando che la posizione generica assunta dalla terna di assi mobili $O\xi\eta\zeta$, caratterizzata da tre valori arbitrari degli angoli di Eulero ψ, ϑ, φ , può essere pensata ottenuta a partire dalla terna fissa $Oxyz$, mediante **tre successive rotazioni attorno ad assi concorrenti nello stesso punto fisso O, in ciascuna delle quali varia uno solo dei suddetti angoli di Eulero**. Si avrà dunque :

Una prima rotazione $\vec{\omega}_1 = \dot{\psi} \vec{k}$ attorno all'asse fisso Oz .

Questa operazione lascia l'asse $O\zeta$ coincidente con l'asse Oz mentre porta $O\xi$ a coincidere con la linea dei nodi.

L'asse $O\eta$ verrà ad assumere di conseguenza una ben precisa posizione sul piano fisso Oxy , ruotata dello stesso angolo ψ rispetto all'asse Oy .

Una seconda rotazione $\vec{\omega}_2 = \dot{\vartheta} \vec{N}$ attorno alla linea dei nodi \vec{N} , che lascia l'asse $O\xi$ coincidente con la linea dei nodi e porta l'asse $O\zeta$ nella sua posizione finale.

L'asse $O\eta$ verrà ad assumere di conseguenza una ben precisa posizione nel piano delle rette Oz e $O\zeta$, che in figura abbiamo caratterizzato con il versore \vec{N} .

una terza rotazione $\vec{\omega}_3 = \dot{\varphi} \vec{v}$ attorno all'asse $O\zeta$, che porta gli assi $O\xi$ ed $O\eta$ ad assumere le loro rispettive posizioni finali, caratterizzate dai due

versori $\vec{\lambda}$ e $\vec{\mu}$ contenuti nel piano passante per l'origine O e parallelo ai due versori \vec{N} e \vec{N}^* e ruotati, rispetto a questi ultimi, dello stesso angolo φ .

Le tre rotazioni, concorrenti in O che abbiamo indicato si compongono così nell'unica rotazione :

$$\vec{\omega} = \dot{\psi} \vec{k} + \dot{\vartheta} \vec{N} + \dot{\varphi} \vec{v}$$

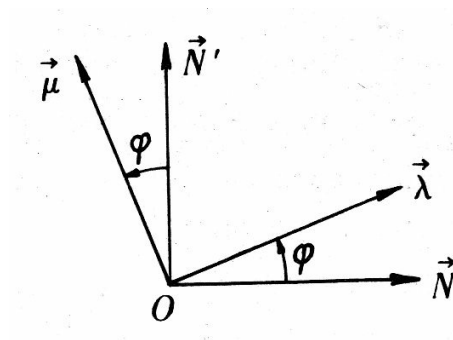
Le componenti della rotazione istantanea $\vec{\omega}$ secondo gli assi mobili solidali con il corpo considerato $O \xi \eta \zeta$ è dato dai prodotti scalari :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{p} = \vec{\omega} \cdot \vec{\lambda} \\ \mathbf{q} = \vec{\omega} \cdot \vec{\mu} \\ \mathbf{s} = \vec{\omega} \cdot \vec{v} \end{array} \right\}$$

Per raggiungere il nostro scopo, calcoliamo, a questo punto, separatamente il contributo che viene fornito a $\mathbf{p}, \mathbf{q}, \mathbf{s}$ dalle tre rotazioni $\vec{\omega}_1, \vec{\omega}_2, \vec{\omega}_3$.

Per quanto riguarda $\vec{\omega}_1$, conviene realizzare una scomposizione preliminare secondo le direzioni dei versori \vec{N} e \vec{v} , complanari con essa :

$$\vec{\omega}_1 = \dot{\psi} \vec{k} = \dot{\psi} \cdot \left(\sin \vartheta \vec{N} + \cos \vartheta \vec{v} \right)$$



con riferimento alla figura, scomponiamo ora il primo termine $\sin \vartheta \vec{N}^*$

secondo le direzioni $\vec{\lambda}$ e $\vec{\mu}$, che sono complanari con esso :

$$\text{sen}\vartheta \vec{N} = \text{sen}\vartheta \cdot (\text{sen}\varphi \vec{\lambda} + \text{cos}\varphi \vec{\mu})$$

in definitiva si ha quindi :

$$\vec{\omega}_1 = \dot{\psi} \vec{k} = \dot{\psi} \cdot (\text{sen}\vartheta \cdot \text{sen}\varphi \vec{\lambda} + \text{sen}\vartheta \cdot \text{cos}\varphi \vec{\mu} + \text{cos}\vartheta \vec{v})$$

Riguardo alla rotazione $\vec{\omega}_2$ conviene scomporla secondo le direzioni dei due versori $\vec{\lambda}$ e $\vec{\mu}$ che risultano complanari con essa :

$$\vec{\omega}_2 = \dot{\vartheta} \vec{N} = \dot{\vartheta} \cdot (\text{cos}\varphi \vec{\lambda} + \text{sen}\varphi \vec{\mu})$$

La terza rotazione $\vec{\omega}_3$ non necessita di alcuna scomposizione e risulta :

$$\vec{\omega}_3 = \dot{\varphi} \vec{v}$$

si hanno dunque le componenti :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{p} = \dot{\psi} \cdot \text{sen}\vartheta \cdot \text{sen}\varphi + \dot{\vartheta} \cdot \text{cos}\varphi \\ \mathbf{q} = \dot{\psi} \cdot \text{sen}\vartheta \cdot \text{cos}\varphi - \dot{\vartheta} \cdot \text{sen}\varphi \\ \mathbf{s} = \dot{\psi} \cdot \text{cos}\vartheta + \dot{\varphi} \end{array} \right.$$

In alcuni problemi può risultare comodo calcolare le componenti di $\vec{\omega}$ rispetto alla terna di versori \vec{N} , \vec{N}^* , \vec{v} , anche se essa non è solidale con il sistema rigido in esame.

Indicando queste componenti con \mathbf{p}^* , \mathbf{q}^* , \mathbf{s}^* , si avrà :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{p}^* = \vec{\omega} \times \vec{N} \\ \mathbf{q}^* = \vec{\omega} \times \vec{N}^* \\ \mathbf{s}^* = \vec{\omega} \times \vec{v} \end{array} \right.$$

Sostituendo le relazioni che sono state ricavate, si ottiene :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{p}^* = \dot{\vartheta} \\ \mathbf{q}^* = \dot{\psi} \cdot \text{sen} \vartheta \\ \mathbf{s}^* = \mathbf{s} = \dot{\psi} \cdot \text{cos} \vartheta + \dot{\varphi} \end{array} \right\}$$

La rotazione istantanea $\vec{\omega}$ si potrà dunque scrivere :

$$\vec{\omega} = \dot{\psi} \vec{k} + \dot{\vartheta} \vec{N} + \dot{\varphi} \vec{v} = \mathbf{p}^* \vec{N} + \mathbf{q}^* \vec{N}^* + \mathbf{s} \vec{v}$$

Il momento risultante delle quantità di moto \vec{K} rispetto al punto fisso O vale :

$$\vec{K} = I_1 \cdot \mathbf{p} \vec{\lambda} + I_2 \cdot \mathbf{q} \vec{\mu} + I_3 \cdot \mathbf{s} \vec{v} = I_1 \cdot \mathbf{p}^* \vec{N} + I_2 \cdot \mathbf{q}^* \vec{N}^* + I_3 \cdot \mathbf{s} \vec{v}$$

in cui I_1, I_2, I_3 rappresentano i momenti principali d'inerzia con i rispettivi versori $\vec{\lambda}, \vec{\mu}, \vec{v}$.

Particolarmente diffuso è il caso in cui il corpo considerato ruota attorno a un asse di simmetria I , mentre per gli altri due risulta $I_1 = I_2 = J$.

Si ha così, per il momento risultante delle quantità di moto \vec{K} , l'espressione :

$$\vec{K} = J \cdot \left(\mathbf{p}^* \vec{N} + \mathbf{q}^* \vec{N}^* \right) + I \cdot \mathbf{s} \vec{v}$$

Per ricavare la condizione di equilibrio del solido considerato, applichiamo, a questo punto, il teorema del momento risultante della quantità di moto rispetto al punto fisso O .

E' però da tener conto che la terna stereonodale non è animata dalla velocità di rotazione $\vec{\omega}$, ma dalla :

$$\vec{\omega}^* = \dot{\psi} \vec{k} + \dot{\vartheta} \vec{N} = \vec{\omega} - \dot{\varphi} \vec{v}$$

risulta dunque :

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = J \cdot \left(\dot{\mathbf{p}}^* \vec{N} + \dot{\mathbf{q}}^* \vec{N}^* \right) + I \cdot \dot{\mathbf{s}} \vec{v} + \vec{\omega}^* \wedge \vec{K}$$

$$\vec{\omega}^* \wedge \vec{K} = (\vec{\omega} - \dot{\varphi} \vec{v}) \wedge \vec{K} = \begin{vmatrix} \vec{N} & \vec{N}^* & \vec{v} \\ \mathbf{p}^* & \mathbf{q}^* & \mathbf{s} - \dot{\varphi} \\ \mathbf{J} \cdot \mathbf{p}^* & \mathbf{J} \cdot \mathbf{q}^* & \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} \end{vmatrix} =$$

$$= \left[(\mathbf{l} - \mathbf{J}) \cdot \mathbf{q}^* \cdot \mathbf{s} + \mathbf{J} \cdot \mathbf{q}^* \cdot \dot{\varphi} \right] \vec{N} - \left[(\mathbf{l} - \mathbf{J}) \cdot \mathbf{p}^* \cdot \mathbf{s} + \mathbf{J} \cdot \mathbf{p}^* \cdot \dot{\varphi} \right] \vec{N}^*$$

Il momento risultante, rispetto al punto O , delle forze esterne si potrà scrivere

$$\vec{M} = M_N \vec{N} + M_{N^*} \vec{N}^* + M_v \vec{v}$$

dovendo, per avere equilibrio dinamico, soddisfare la relazione :

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \vec{M}$$

si ricava il sistema di tre equazioni che esprime la condizione di equilibrio su ciascuno dei tre assi :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{J} \cdot \dot{\mathbf{p}}^* + \left[(\mathbf{l} - \mathbf{J}) \cdot \mathbf{s} + \mathbf{J} \cdot \dot{\varphi} \right] \cdot \mathbf{q}^* = M_N \\ \mathbf{J} \cdot \dot{\mathbf{q}}^* - \left[(\mathbf{l} - \mathbf{J}) \cdot \mathbf{s} + \mathbf{J} \cdot \dot{\varphi} \right] \cdot \mathbf{p}^* = M_{N^*} \\ \mathbf{l} \cdot \dot{\mathbf{s}} = M_v \end{array} \right.$$

oppure, sostituendo a \mathbf{p}^* , \mathbf{q}^* , \mathbf{s} le loro espressioni :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{J} \cdot \ddot{\vartheta} + \left[(\mathbf{l} - \mathbf{J}) \cdot \dot{\psi} \cdot \cos\vartheta + \mathbf{l} \cdot \dot{\varphi} \right] \cdot \dot{\psi} \cdot \sin\vartheta = M_N \\ \mathbf{J} \cdot \frac{d}{dt} \left(\dot{\psi} \cdot \sin\vartheta \right) - \left[(\mathbf{l} - \mathbf{J}) \cdot \dot{\psi} \cdot \cos\vartheta + \mathbf{l} \cdot \dot{\varphi} \right] \cdot \dot{\vartheta} = M_{N^*} \\ \mathbf{l} \cdot \frac{d}{dt} \left(\dot{\psi} \cdot \cos\vartheta + \dot{\varphi} \right) = M_v \end{array} \right.$$

Il caso più frequente in astronomia e in fisica atomica è quello in cui si potrà assumere :

$$\begin{aligned}\vartheta &= \vartheta_0 = \text{costante} \\ \dot{\psi} &= \omega_n = \text{velocità di rivoluzione} = \text{costante} \\ \mathbf{s} &= \dot{\psi} \cdot \cos\vartheta + \dot{\varphi} = \omega_p = \text{velocità di rotazione} = \text{costante}\end{aligned}$$

Si ottiene così : $M_v = 0$; $M_{N^*} = 0$; $\ddot{\vartheta} = \dot{\vartheta} = 0$

e quindi:

$$\vec{M} = \left[I \cdot \dot{\varphi} + (I - J) \cdot \dot{\psi} \cdot \cos\vartheta \right] \cdot \dot{\psi} \cdot \text{sen}\vartheta \vec{N}$$

ricordando infine la relazione : $\vec{N} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{v}}{\text{sen}\vartheta}$

si ha :

$$\vec{M} = \left[I \cdot \left(\dot{\psi} \cdot \cos\vartheta + \dot{\varphi} \right) - J \cdot \dot{\psi} \cdot \cos\vartheta \right] \cdot \dot{\psi} \cdot \vec{k} \wedge \vec{v}$$

e quindi, in definitiva :

$$\vec{M} = \left[I \cdot \omega_p \cdot \omega_n - J \cdot \omega_n^2 \cdot \cos\vartheta \right] \cdot \vec{k} \wedge \vec{v}$$

Questa relazione è fondamentale per lo studio dei corpi rigidi rotorivolventi, in quanto descrive tutte le condizioni che consentono l'equilibrio.

Per chiarire quanto abbiamo finora visto, consideriamo una sfera di raggio r_p rotante su se stessa con velocità periferica \mathbf{v}_p e rivolvente con velocità \mathbf{V}_n alla distanza \mathbf{R}_n da un punto fisso \mathbf{O} .

Per il momento d'inerzia si ha : $I = J = \frac{2}{5} \cdot m_p \cdot r_p^2$.

Se indichiamo con $\vec{F} = F \vec{v}$ la forza che agisce sulla sfera il suo momento rispetto al punto fisso \mathbf{O} sarà :

$$\vec{M} = \vec{F} \wedge \vec{R} = (F \cdot R \cdot \text{sen}\vartheta) \cdot \vec{k} \wedge \vec{v}$$

La relazione diventa quindi :

$$F \cdot R \cdot \sin \vartheta = \frac{2}{5} \cdot m_p \cdot r_p^2 \cdot \omega_n \cdot [\omega_p - \omega_n \cdot \cos \vartheta]$$

Se l'asse di rotazione e quello di rivoluzione sono tra loro perpendicolari, si

ha $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ ed il momento assume il valore massimo :

$$F \cdot R = \frac{2}{5} \cdot m_p \cdot r_p^2 \cdot \omega_n \cdot \omega_p$$

Sostituendo i valori numerici, per la Terra si ottiene : $F = 9,44 \cdot 10^{15} N_w$
valore assolutamente trascurabile rispetto a quello della forza gravitazionale
che viene esercitata dal Sole : $F_{ST} = 3,54 \cdot 10^{19} N_w$.

Sebbene il valore di questa forza non sia elevato, il momento associato è tale da produrre una rotazione tendente a rendere paralleli l'asse di rotazione con quello di rivoluzione.

Man mano che lo sfasamento tra i due assi si riduce, il modulo del momento, al primo membro, si riduce e tende ad annullarsi per $\vartheta = 0$.

L'azione della forza F è dunque tale da spingere gli assi al parallelismo e si orienta verso il punto fisso O quando esso viene raggiunto, con $\vartheta = 0$.

In queste condizioni il secondo membro si annulla solo se si annulla il moto di rivoluzione, con $\omega_n = 0$, oppure se il moto rotorivolvente diventa sincrono, con $\omega_n = \omega_p$, risultato che, del resto, è stato già ottenuto per altra via.

Facciamo notare che la condizione di equilibrio è stata ricavata prendendo in considerazione solo il corpo rigido in moto **nello spazio fisico** senza alcuna interazione con altri corpi materiali.

La condizione di equilibrio ottenuta è dunque da intendere imposta al corpo dallo spazio fisico per poter verificare i principi di conservazione, che in esso **vengono imposti per definizione di spazio fisico**.

Va infatti osservato che nella interazione tra due corpi materiali, presenti nello spazio fisico ed inizialmente indipendenti, un loro accostamento porta a una condizione di equilibrio che, per verificare i principi di conservazione, richiede orbite piane ben precise, percorse a velocità ben definite sotto l'azione di una forza centrale, che abbiamo indicato come " forza gravitazionale ".

Il momento angolare è però una grandezza con caratteristiche vettoriali, per cui, se anche il modulo rimane invariato, durante il moto di rivoluzione, non si conserva la direzione, in quanto abbiamo comunque un vettore rotante con la velocità angolare ω_n .

La tendenza dello spazio fisico ad **opporsi alla variazione della direzione del momento angolare** dei corpi che si muovono in esso viene manifestata applicando al corpo un momento capace di farlo ruotare in modo da portare l'asse di rotazione parallelo a quello di rivoluzione.

Quando questa condizione viene raggiunta, il momento si annulla e la forza si orienta verso il centro del moto di rivoluzione.

Del resto, se un sistema formato da due corpi materiali deve mantenere nullo il suo momento angolare, man mano che diminuisce il momento acquisito da uno, deve aumentare della stessa quantità quello dell'altro, mantenendo i due assi paralleli.

Se abbiamo quindi una sfera solare che acquisisce nel suo spazio rotante un corpo inizialmente indipendente, dunque con momento angolare nullo, dato che sull'orbita la sfera planetaria in equilibrio acquista un momento angolare, per soddisfare il principio di conservazione, indurrà la sfera solare a ruotare su se stessa in modo da acquistare un momento angolare avente lo stesso valore e verso contrario.

E' chiaro che, se si ripete il discorso per tutte le sfere planetarie acquisite, si conclude che alla sfera solare centrale sarà associato un momento angolare pari alla somma dei momenti associati ai diversi pianeti.

In definitiva, se analizziamo l'interazione di uno spazio rotante K_s^2 con il punto materiale posto a una distanza R dal centro, non solo sul piano, ma nelle tre dimensioni, vediamo che essa presenta due componenti :

— **una componente gravitazionale**, che abbiamo già studiato, la quale è

legata unicamente alla presenza del punto materiale nel raggio d'azione dello spazio rotante centrale e si manifesta con una forza \vec{F} diretta verso il centro.

– **una componente giroscopica**, che è invece dipendente dalle condizioni dinamiche del punto considerato.

Se abbiamo la massa m_p in rotazione su se stessa con velocità angolare ω_p

il momento angolare associato sarà : $\vec{L}_p = (\alpha \cdot m_p \cdot \omega_p) \vec{v}$

con la costante α dipendente dalla forma.

Dato che la rotazione di una massa nello spazio rotante in cui si muove crea una perturbazione che si estende a tutto il volume di spazio compreso nel suo raggio d'azione, possiamo dire che gli effetti prodotti dal momento angolare

\vec{L}_p vengono rilevati entro tutto il raggio d'azione della sfera planetaria con una intensità dipendente dalla distanza dal centro della sfera m_p .

Per ricavare la relazione che descrive questa dipendenza, ricordiamo che è stata ricavata, nella teoria degli spazi rotanti, la relazione che lega la carica elettrica alla massa :

$$q = \sqrt{\frac{r_1 \cdot m}{10^{-7}}} = \sqrt{\frac{K^2 \cdot m}{10^{-7} \cdot C_i^2}}$$

che per la materia ordinaria e le particelle elementari diventa :

$$Q_0 = 8,616413197 \cdot 10^{-11} m^{\frac{1}{2}} \cdot m \quad \text{materia ordinaria}$$

$$Q_e = 4,104562723 \cdot 10^9 m^{\frac{1}{2}} \cdot m \quad \text{particelle elementari}$$

$$Q_{pe} = 4,104562723 \cdot 10^9 m^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{m_p \cdot m_e} = 1,60217733 \cdot 10^{-19} c$$

con un rapporto : $\frac{Q_e}{Q_0} = 4,76365586 \cdot 10^{19}$

Questa proporzionalità ci consente di utilizzare per il momento della quantità di moto il teorema della **circuitazione** di Ampère che si applica al momento magnetico.

Se indichiamo con ρ la grandezza con la quale vogliamo rappresentare gli effetti prodotti alla distanza r dal centro della sfera m_p , introducendo una

costante di proporzionalità β da definire, si ottiene :
$$\rho = \frac{\beta \cdot L_p}{r}$$

Essendo note tutte le caratteristiche di moto dei pianeti e satelliti presenti nel Sistema Solare, sarà possibile calcolare il momento angolare e magnetico di ciascuno di essi, in corrispondenza della superficie, con la relazione :

$$M_p = \sum m_i \cdot V_i \cdot R_i$$

considerando solo i satelliti di dimensioni maggiori, si ottengono i risultati che sono riportati in tabella.

pianeta	M_p ($K_g \cdot m$)	$\frac{M_p}{r_p}$ (K_g)	campo magnetico (T)	$\frac{M_p/r_p}{M_T/r_T}$
Mercurio	—	—	0,0035	0,01
Venere	—	—	0	0
Terra	$2,882 \cdot 10^{34}$	$4,519 \cdot 10^{27}$	0,2 ÷ 0,5	1
Marte	$2,103 \cdot 10^{32}$	$6,192 \cdot 10^{25}$	(0.0049)	0,014
Giove	$44,846 \cdot 10^{35}$	$6,273 \cdot 10^{28}$	4,6	13,881
Saturno	$9,534 \cdot 10^{35}$	$1,582 \cdot 10^{28}$	0,4	3,501
Urano	$14,074 \cdot 10^{33}$	$5,506 \cdot 10^{26}$	0,25 ÷ 0,65	1,218
Nettuno	$33,974 \cdot 10^{33}$	$13,719 \cdot 10^{26}$	0,14	0,306
Plutone	$7,1075 \cdot 10^{30}$	$5,9477 \cdot 10^{24}$	(0.000462)	0,00132
Sole	$3135,5 \cdot 10^{40}$	$4,505 \cdot 10^{34}$	($3.5 \cdot 10^6$)	10^7

Dalla tabella si rileva un ottimo accordo tra i valori osservati dei rapporti tra i campi magnetici sulla superficie dei pianeti e gli analoghi rapporti teorici tra i momenti angolari, con una costante di proporzionalità : $\beta = \frac{(0.2+0.5)/2}{1} = 0.35$

Questo ci porta a identificare l'azione del campo magnetico con quella del giroscopio che abbiamo analizzato.

Con questa identificazione (valida a meno di una costante, dal punto di vista quantitativo), si giustificano perfettamente anche le diverse situazioni che si presentano per ciascun pianeta.

Per interpretarle, riprendiamo l'espressione del momento della forza indotta dalla conservazione del momento angolare per $\mathcal{G} \rightarrow 0$:

$$F \cdot R = \frac{2}{5} \cdot m_p \cdot r_p^2 \cdot \omega_n \cdot [\omega_p - \omega_n]$$

- Nel caso di Mercurio, l'elevata eccentricità dell'orbita porta ad una rotazione non sincrona, con $\omega_p > \omega_n$ e quindi il secondo membro assume un valore diverso da zero.

Si presenta così un piccolo momento magnetico anche se non sono presenti satelliti (si tenga presente che ω_p supera di poco ω_n).

- Per il pianeta Venere, non avendo satelliti ed essendo l'orbita praticamente circolare, la rotazione è quasi sincrona, con $\omega_p \simeq \omega_n$ e quindi il secondo membro assume un valore trascurabile.

- Nei pianeti Urano, Nettuno e Plutone abbiamo un campo magnetico con una grande inclinazione rispetto all'asse di rotazione perchè viene indotto quasi interamente dal satellite di maggiori dimensioni, che è stato acquisito su una orbita iniziale molto inclinata rispetto al piano di rivoluzione.

Questa inclinazione viene gradualmente ridotta dal momento giroscopico che tende a portare i due assi paralleli.