estratto da : **L'EQUILIBRIO UNIVERSALE**
dalla meccanica celeste alla fisica nucleare

– Unificazione delle equazioni di Maxwell, applicazione ai campi gravitazionali

Anche se con qualche inevitabile imprecisione, dovuta a evidenti problemi di linguaggio, il problema della **unificazione delle forze fondamentali** è stato inquadrato nelle sue linee essenziali ed è quindi ora possibile affrontarlo con un maggior rigore, generalizzando le equazioni di Maxwell in modo da poter descrivere con esse qualsiasi tipo di interazione si verifichi nello spazio fisico in cui si organizza l'universo.

Riconsideriamo la legge / definizione : $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

e l'espressione che esprime in principio di conservazione del momento della quantità di moto : $\vec{R} \Lambda \vec{F} = m \cdot \frac{d}{dt}\left(\vec{R} \Lambda \vec{V}\right)$

ricordando che :

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{R} \Lambda \vec{V}\right) = \frac{d\vec{R}}{dt} \Lambda \vec{V} + \vec{R} \Lambda \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{V} \Lambda \vec{V} + \vec{R} \Lambda \frac{d\vec{V}}{dt}$$

sostituendo, si ha :

$$\vec{R} \Lambda \vec{F} = m \cdot \vec{R} \Lambda \frac{d\vec{V}}{dt} \quad \text{e quindi :} \quad \vec{F} = m \cdot \frac{d\vec{V}}{dt} = m \cdot \vec{a}$$

Secondo questo risultato, le due espressioni descrivono, apparentemente, gli stessi concetti .

In tealtà, tra le due esiste una notevole differenza concettuale, che non appare formalmente .

L'espressione $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ **esprime una semplice proporzionalità tra le due grandezze** massa e forza, " le quali non hanno però una propria definizione esplicita ", **indipendente**, **ma usano entrambe**

la relazione stessa come definizione.
Questa relazione descrive inoltre una situazione astratta, che si verifica nello spazio geometrico, che non è parte del nostro universo e non impone nessun principio fisico o vincolo da rispettare.

Nonostante questi ed altri limiti, di cui si è detto nella introduzione alla teoria, essa presenta il grande pregio della semplicità e la capacità di indicare in un modo inequivocabile che :
se una massa (**quantità di materia**) m **si sposta con un'accelerazione** $\vec{a}$, **oppone allo spazio nel quale si muove una forza** $\vec{F}$ **proporzionale all'accelerazione** $\vec{a}$ **che viene misurata.**

Secondo questa affermazione, **dal rilievo dell'accelerazione** $\vec{a}$ **che la materia acquista**, non **abbiamo alcuna possibilità di risalire all'agente che la produce e quindi di riconoscere diversi tipi di forze**.

Inoltre, la forza $\vec{F}$ presente nella relazione rappresenta quella che la massa m oppone e dunque, fissate l'accelerazione e la massa, sarà necessariamente sempre la stessa.

Infine, essa afferma che una forza rappresenta l'azione di una massa $m \neq 0$ e " **non esiste altra definizione di una forza applicabile a qualcosa che non sia una massa** $m \neq 0$ ".

Se la seconda relazione viene applicata nello spazio fisico, che non presenta le caratteristiche astratte dello spazio geometrico, ma impone la verifica dei principi di conservazione, non sarà mai applicabile nella forma che abbiamo indicato.

Infatti, secondo la definizione data nella teoria degli spazi rotanti (che coincide praticamente con quella corrente, con l'aggiunta di qualche precisazione), le particelle elementari si presentano su diversi livelli di aggregazione, a partire dalla **particella elementare per eccellenza**, la quale presenta un valore del raggio $r_0 \rightarrow 0$ e rappresenta l'elemento dello spazio fisico, non ulteriormente riducibile ; viene, per questo, indicato come " elemento spaziale S_0 ".

Qualunque sia il livello di aggregazione, dunque anche S_0, tutte le particelle elementari presentano la caratteristica comune di ruotare su se stesse con la massima velocità osservabile.

Quest'ultima caratteristica (**valore della massima velocità osservabile**) **rende l'universo dipendente dall'osservatore e dai mezzi d'indagine**. **Esso è dunque sempre quello che noi osserviamo e non una realtà oggettiva**.

A questo punto osserviamo che **tutte le discipline**, senza eccezioni, fondano le loro teorie sul movimento di particelle elementari, in particolare di elettroni.

Dimenticando che protoni ed elettroni, **prima di essere qualunque altra cosa**, **sono particelle materiali rotanti su se stesse**, per giustificare le loro interazioni **con la materia**, **viene introdotto un nuovo tipo di forza per ogni fenomeno osservato**.

Riprendiamo dunque la seconda relazione nella forma originale :

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

consideriamo la sua applicazione a una particella elementare di massa m_p, osservata da due riferimenti tra loro in moto relativo rotatorio con una velocità angolare individuata da un vettore $\vec{\omega_n} = \omega_n \cdot \vec{n}$ perpendicolare al piano di rotazione.

Consideriamo, arbitrariamente, il primo fisso rispetto allo spazio fisico, e lo indichiamo con l'indice **1** , mentre il secondo, contrassegnato con l'indice **2** , sarà quello in rotazione.

Sia ancora : $$\omega_p = \frac{v_p}{r_p}$$

la velocità angolare di rotazione su se stessa della particella elementare.

Il suo momento angolare sarà : $\vec{L}_p = I \cdot \omega_p \cdot \vec{p}$

dove con $\vec{p}$ abbiamo indicato il versore normale al piano di rotazione.

Applicando l'equazione di Poisson, valida per qualsiasi vettore, si avrà :

$$\overrightarrow{M_1} = \left(\frac{d\overrightarrow{L_p}}{dt} \right)_1 = \left(\frac{d\overrightarrow{L_p}}{dt} \right)_2 + \overrightarrow{\omega_n} \Lambda \overrightarrow{L_p} = \overrightarrow{M_2} + \overrightarrow{\omega_n} \Lambda \overrightarrow{L_p}$$

se la particella è solidale con il secondo riferimento, risulta : $\overrightarrow{M_2} = 0$
e quindi si ha :

$$\overrightarrow{M_1} = \overrightarrow{\omega_n} \Lambda \overrightarrow{L_p}$$

Questa relazione definisce le condizioni necessarie per avere la particella in equilibrio con lo spazio.

Precisaminte, ci dice che, se alla particella elementare **avente un momento rotazionale** $\overrightarrow{L_p}$, inizialmente in equilibrio con lo spazio fisico, viene applicato un momento torcente di valore $\overrightarrow{M_1}$, lo spazio, per ristabilire l'equilibrio induce nella particella un moto di rivoluzione $\overrightarrow{\omega_n}$ con asse perpendicolare al piano individuato dai vettori $\overrightarrow{M_1}$ e $\overrightarrow{L_p}$.

Se alla stessa particella rotante su se stessa e inizialmente in equilibrio nello spazio, viene improvvisamente imposto, con un'azione esterna, un moto di rivoluzione caratterizzato dal vettore $\overrightarrow{\omega_n}$, lo spazio fisico, per poter ristabilire l'equilibrio, impone alla particella un momento $\overrightarrow{M_1}$ perpendicolare al piano individuato dai vettori $\overrightarrow{\omega_n}$ e $\overrightarrow{L_p}$.

Se il momento rotazionale " $\overrightarrow{L_p}$ " è nullo, non si verifica nessuna di queste azioni.

25

A questo punto notiamo che la massa della particella elementare considerata compare, nella relazione, sia al primo che al secondo membro, per cui viene eliminata e la relazione diventa un vincolo che deve essere soddisfatto dalle grandezze vettoriali misurabili in un punto dello spazio fisico affinchè si possa avere equilibrio anche in presenza di una perturbazione esterna.

La presenza di una particella elementare nel punto non è dunque indispensabile ed il discorso può essere ripetuto identicamente riferendosi direttamente ad un punto dello spazio fisico considerato.

Quello che invece risulta assolutamente necessario è la presenza del momento rotazionale $\overrightarrow{L_p}$.

Noi però abbiamo visto, studiando il magnetismo planetario, che è possibile generare in un punto qualsiasi dello spazio, un vettore momento angolare $\vec{L}$, dei valori di modulo e direzione desiderati, semplicemente sommando quelli orbitali di masse in orbita anche molto distanti.

Esso si manifesta nel punto considerato come una grandezza vettoriale che è stata denominata " **induzione magnetica** " e risulta proporzionale al valore del momento angolare complessivamente fornito dalle masse in orbita.

Per qualsiasi punto **dello spazio fisico si potrà dunque scrivere una relazione del tipo** :

$$\alpha \cdot \vec{L} = \vec{B}$$

con α costante da determinare.

A questo punto, il principio di conservazione del momento angolare può essere enunciato anche come principio di conservazione dell'induzione magnetica " B " in qualsiasi punto dello spazio fisico :

$$\vec{M} = \alpha \cdot \frac{d\vec{B}}{dt}$$

Se la relazione è riferita allo spazio fisico puro, il vettore $\vec{B}$ indica una caratteristica acquisita dall'elemento spaziale S_0, che occupa il punto dello spazio " vuoto " considerato.

Dato che gli elementi spaziali S_0, per definizione, ruotano su se stessi con la massima velocità osservabile, che è stata assunta uguale a quella della luce, per la continuità dello spazio e la indeformabilità degli elementi spaziali, una qualsiasi perturbazione, prodotta in un punto si propagherà agli elementi S_0 contigui con la velocità della luce (in realtà la velocità di propagazione in linea retta è C_l, **osservabile**, e quella di rotazione $\pi \cdot C_l$, **non osservabile**).

Indipendentemente dal fatto che sia presente o meno materia organizzata, la relazione esprime una condizione di equilibrio e come tale **può essere letta da destra a sinistra oppure nel verso opposto**.

A questo punto, per poter cercare un'analogia con le equazioni di Maxwell, è necessario fare alcuni richiami teorici sui principi di conservazione.

Se abbiamo una grandezza G, additiva per definizione, l'unica maniera per poter variare la quantità g contenuta in un volume chiuso assegnato V, sarà quello di creare un flusso della grandezza G attraverso la superficie S, che delimita il volume V.

Se indichiamo con $\delta_G(\mathbf{P})$ la densità della grandezza G nel punto **P**, interno al volume V considerato, la quantità g contenuta nel volume V sarà :

$$g = \int_V \delta_G(\mathbf{P}) \cdot \mathbf{d}V$$

Supponiamo ora che alla grandezza G sia associato un campo vettoriale $\vec{G}$, che può dipendere sia dallo spazio che dal tempo.

Si definisce flusso del campo vettoriale $\vec{G}$ attraverso la superficie S il valore dell'integrale di superficie :

$$\Phi_G(S) = -\int_S \vec{G} \times \vec{n} \cdot \mathbf{d}S$$

Il flusso così definito è inteso con il significato che si dà nel linguaggio comune e dunque si misurerà come la quantità della grandezza G che attraversa la superficie S nell'unità di tempo.

Possiamo, a questo punto, mettere in relazione, la variazione della quantità g contenuta nel volume V con il flusso uscente dalla superficie che lo delimita, con la relazione :

$$\frac{dg}{dt} = \Phi_G(S)$$

si noti che la quantità g diminuisce per flusso uscente positivo e viceversa. Si avrà quindi :

$$\frac{d}{dt} \int_V \delta_G(P) \cdot dV = - \int_S \vec{G} x \vec{n} \cdot dS$$

ricordiamo ora che, definita la divergenza del campo vettoriale $\vec{G}$ come :

$$\nabla \cdot \vec{G} = \frac{dG_x}{dx} + \frac{dG_y}{dy} + \frac{dG_z}{dz}$$

con il teorema della divergenza, possiamo passare dall'integrale di superficie a quello di volume :

$$\int_S \vec{G} x \vec{n} \cdot dS = \int_V \nabla \cdot \vec{G} \cdot dV$$

e quindi anche :

$$\frac{d}{dt} \int_V \delta_G(P) \cdot dV = - \int_V \nabla \cdot \vec{G} \cdot dV$$

che si può dunque scrivere :

$$\int_V \frac{d\delta_G(P)}{dt} \cdot dV = - \int_V \nabla \cdot \vec{G} \cdot dV$$

dato che l'uguaglianza deve essere verificata per qualsiasi scelta del dominio d'integrazione, **dovranno essere uguali gli integrandi**.
Si ottiene così la legge di conservazione, **in forma differenziale** :

$$\frac{d\delta_G(P)}{dt} = -\nabla \cdot \overrightarrow{G}$$

Nella quasi totalità dei casi è possibile scrivere la relazione :

$$\nabla \cdot \overrightarrow{G} = \beta \cdot \nabla \cdot \overrightarrow{\delta_G(P)}$$

dove β è una costante di proporzionalità.
e quindi abbiamo :

$$\frac{d\delta_G(P)}{dt} + \beta \cdot \nabla \cdot \overrightarrow{\delta_G(P)} = 0$$

All'interno della superficie S potrebbe essere presente una sorgente s_G per unità di volume ed in questo caso si produrrebbe una variazione di g anche con flusso uscente nullo.
L'equazione del bilancio, in questo caso, si modifica nella seguente forma di validità generale :

$$\frac{d\delta_G(P)}{dt} + \beta \cdot \nabla \cdot \overrightarrow{\delta_G(P)} = s_G$$

Tornando ora al nostro problema, vogliamo scrivere per i campi gravitazionali equazioni analoghe a quelle di Maxwell, scritte per quelli elettromagnetici.

Se abbiamo una "carica elettrica q", il campo elettrico $\overrightarrow{K_q}$, misurabile in un punto P alla distanza R, ad essa associato, viene definito in modo da poter soddisfare il principio di conservazione della carica elettrica :

$$\overrightarrow{K_q} = \frac{q}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot R^2} \cdot \vec{n}$$

29

Se lo spazio è isotropo, con ε costante, si ha infatti :

$$\Phi_{K_q}(S) = -\int_s \overrightarrow{K_q} \times \vec{n} \cdot dS = \frac{q}{\varepsilon}$$

Se, all'interno della superficie chiusa S , la carica elettrica q è nulla, si ottiene

$$\Phi_{K_q}(S) = -\int_s \overrightarrow{K_q} \times \vec{n} \cdot dS = 0$$

E' importante notare che, **il fatto che sia nullo l'integrale esteso a tutta la superficie**, " non implica che sia nullo il valore del campo elettrico in tutti i suoi punti ".

Un discorso **assolutamente analogo** può essere fatto in presenza di materia ordinaria avente " **una massa m** ". Indicando con " g la costante caratteristica del mezzo ", si avrà, in questo caso :

$$\overrightarrow{K_m} = \frac{m}{4 \cdot \pi \cdot g \cdot R^2} \cdot \vec{n}$$

Nella teoria degli spazi rotanti la massa inerziale m è stata sostituita da K^2 , indicata come " **massa attiva** ", e quindi si avrà :

$$\Phi_{K_m}(S) = -\int_s \overrightarrow{K_m} \times \vec{n} \cdot dS = \frac{K^2}{g}$$

dunque, se non abbiamo materia organizzata all'interno della superficie S, si avrà anche :

$$\Phi_{K_m}(S) = -\int_s \overrightarrow{K_m} \times \vec{n} \cdot dS = 0$$

Nella teoria degli spazi rotanti vale quindi " **il principio di conservazione della massa attiva** " $\mathbf{K^2}$ e non di quella inerziale **m**.

Inoltre, come per i campi elettrici, è teoricamente possibile avere sulla superficie S punti nei quali risulta $\overrightarrow{K_m} \neq 0$, anche se all'interno non esiste materia generatrice dello spazio rotante K^2 .

Se $\overrightarrow{K_{m1}}$ è il campo che viene rilevato nel punto $\mathbf{P_1}$, al centro dell'elemento di superficie $\mathbf{d}S_1$, il flusso uscente sarà :

$$d\Phi_{K_{m1}} = \overrightarrow{K_{m1}} \times \vec{n} \cdot \mathbf{d}S_1$$

Dovendo essere nullo il flusso uscente totale, per ogni punto $\mathbf{P_1}$ dovrà esistere, sulla superficie S, un punto $\mathbf{P_2}$ con un valore del campo $\overrightarrow{K_{m2}}$ tale da fornire :

$$d\Phi_{K_{m1}} + d\Phi_{K_{m2}} = 0 \quad \text{e quindi :} \quad d\Phi_{K_{m2}} = -\,d\Phi_{K_{m1}}$$

Questo vuol dire che, qualunque sia il meccanismo o la perturbazione che dà origine al campo elettrico rilevato in un punto **P** dello spazio, esso deve avere senz'altro caratteristiche vettoriali, in modo che sappia individuare le direzioni e che, per ognuna di esse, sia capace di generare campi dello stesso valore e versi opposti.

Queste particolari caratteristiche si possono ottenere con un vettore rilevabile in un intorno del punto **P** considerato, che si manifesti con lo stesso valore su una linea chiusa che entra ed esce dalla superficie S.

E' sostanzialmente questa la ragione per la quale non può esistere un campo magnetico con una sola polarità.

Valutiamo ora la costante α prendendo in considerazione l'elettrone in orbita nell'atomo di idrogeno.

Considerando l'elettrone in moto equivalente alla corrente elettrica :

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{q_e}{T_{11e}} = \frac{q_e \cdot V_{11e}}{2 \cdot \pi \cdot R_{11e}}$$

31

applicando la legge di Biot e Savart, si ricava :

$$B_e \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_{11e} = \mu \cdot \frac{q_e \cdot V_{11e}}{2 \cdot \pi \cdot R_{11e}}$$

da cui si ricava :

$$B_e = \mu_0 \cdot \frac{q_e \cdot V_{11e}}{4 \cdot \pi^2 \cdot R_{11e}^2}$$

Per il teorema di Gauss (pricipio di conservazione della carica elettrica) :

$$\int_s \overrightarrow{K_E} x \vec{n} \cdot dS = \frac{q_e}{\varepsilon_0}$$

da cui deriva :

$$\frac{q_e}{4 \cdot \pi \cdot R_{11e}^2} = K_E \cdot \varepsilon_0$$

sostituendo, si ottiene :

$$B_e = \frac{K_E \cdot V_{11e}}{\pi \cdot C_l^2}$$

Il momento angolare orbitale dell'elettrone vale :

$$L_e = m_e \cdot V_{11e} \cdot R_{11e}$$

si ricava quindi :

$$\alpha = \frac{B_e}{L_e} = \frac{K_E}{\pi \cdot C_l^2 \cdot m_e \cdot R_{11e}}$$

A questo punto notiamo che nella definizione della corrente elettrica, la carica elettrica è inserita con un ruolo attivo.
Volendo dunque definire qualcosa di analogo, da utilizzare negli spazi rotanti, si dovrà asumere :

$$I_K = \frac{dK^2}{dt}$$

ricordando il teorema della conservazione, si ottiene :

$$I_K = g \cdot \frac{d}{dt} \int_s \overrightarrow{K_m} \times \vec{n} \cdot \mathbf{d}S$$

si potrà dunque scrivere :

$$\oint \alpha \cdot \vec{L} \times \overrightarrow{\mathbf{d}l} = g \cdot \frac{d}{dt} \int_s \overrightarrow{K_m} \times \vec{n} \cdot \mathbf{d}S$$

e quindi anche :

$$\mathbf{rot}\ \vec{L} = \frac{g}{\alpha} \cdot \frac{d}{dt} \overrightarrow{K_m}$$

per analogia si può procedere anche per le altre equazioni di Maxwell.