estratto da : **L'EQUILIBRIO UNIVERSALE**
dalla meccanica celeste alla fisica nucleare

– Calcolo teorico del redshift gravitazionale

Il procedimento visto con l'effetto Compton, con le stesse approssimazioni, si può utilizzare nel caso in cui si abbia una massa m che viene lanciata, come in figura, alla distanza R_0 dal centro dello spazio rotante K_s^2, generato dalla massa inerziale m_s , con velocità iniziale V_0 , si ottengono le relazioni :

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\left(\frac{V_0^2 \cdot R_0}{4 \cdot K_s^2} \right)$$

$$\frac{\Delta V}{V_0} = - \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = - \frac{m}{m_s} \cdot \left(1 - \cos\beta\right)$$

Allo stesso risultato si può giungere anche considerando la lunghezza d'onda associata alla massa m in moto nello spazio rotante :

$$\lambda_m = \frac{h}{V \cdot m}$$

che, differenziata, fornisce: $$\frac{\Delta\lambda_m}{\lambda_m} = - \frac{\Delta V}{V}$$

Le relazioni che abbiamo ricavato sono estremamente interessanti, in quanto ci consentono di calcolare **l'angolo di diffusione di qualsiasi particella o massa ordinaria lanciata in qualsiasi spazio rotante**, **con una velocità** maggiore di quella di fuga **dal punto in cui viene immessa**.

Inoltre esse mettono in evidenza che l'**effetto Compton** e la deviazione della luce, che si osserva quando essa passa entro il raggio d'azione di un campo gravitazionale, seguono lo stesso meccanismo e le stesse leggi che vengono seguite dagli agregati ordinari.

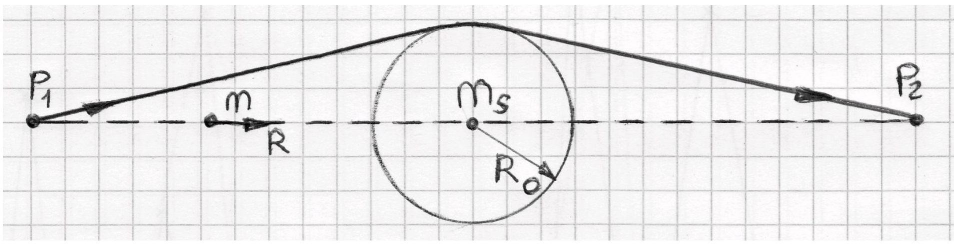
2021

La componente Compton considera solo la variazione di λ dovuta al fatto che la massa m inizia a interagire avvicinandosi in una direzione e termina allontanandosi nella direzione dell'asintoto, deviando di un angolo uguale a β .

Noi sappiamo però che i principi di conservazione debbono essere verificati in ogni momento durante l'interazione e non solo quando si verifica il cambio di direzione.

Prendiamo dunque in considerazione anche la componente della **variazione della velocità** della massa, oppure della sua **lunghezza d'onda associata**, dovuta solo alla variazione della distanza dal centro dello spazio rotante, che si verifica durante il movimento.

Con riferimento alla figura, anche se la traiettoria reale è quella a tratto pieno, per semplicità di calcolo, consideriamo la massa m in moto verso il centro, lungo il percorso tratteggiato.



Ricordiamo che a una massa in movimento si associa una energia di riposo

$$E_0 = m_0 \cdot C_l^2$$

ed un valore di energia a carattere ondulatorio, **che si manifesta quando la massa interagisce e viene catturata da uno spazio rotante K_s^2 .**

Questa energia viene descritta associando alla massa in movimento il valore della lunghezza d'onda λ del fotone che viene emesso dopo l'assorbimento

e vale : $\lambda = \dfrac{h}{m \cdot V}$ e con $\lambda = \dfrac{C_l}{\nu}$

l'energia associata diventa :

2022

$$h \cdot \nu = m \cdot V \cdot C_l$$

l'impulso associato a questa energia sarà :

$$p_\nu = \frac{h \cdot \nu}{C_l} = m \cdot V$$

L'impulso associato all'energia di riposo si assume :

$$p_0 = \frac{m_0 \cdot C_l^2}{C_l} = m_0 \cdot C_l$$

Queste due componenti dell'impulso non sono presenti simultaneamente con valore definito, ma si presentano sfasati tra loro in modo che uno assuma il valore massimo quando l'altro si annulla e viceversa.

Esse si presentano dunque come componenti ortogonali dell'impulso totale e non sono sommabili direttamente nella definizione dell'impulso associato alla particella, ma si deve assumere :

$$p = \sqrt{p_\nu^2 + p_0^2} = \sqrt{\left(\frac{h \cdot \nu}{C_l}\right)^2 + \left(\frac{m_0 \cdot C_l^2}{C_l}\right)^2}$$

l'energia totale associata alla particella in moto risulta così :

$$E = \frac{p}{C_l} = \sqrt{(h \cdot \nu)^2 + \left(m_0 \cdot C_l^2\right)^2} =$$

$$= \sqrt{(m \cdot V \cdot C_l)^2 + \left(m_0 \cdot C_l^2\right)^2} = \left(m_0 \cdot C_l^2\right) \cdot \sqrt{\left(\frac{m \cdot V}{m_0 \cdot C_l}\right)^2 + 1}$$

2023

ricordando che : $$\left(\frac{m}{m_0}\right)^2 = \left(\sqrt{1 - \frac{V^2}{C_l^2}}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

sostituendo, si ottiene : $$E = E_0 \cdot \left(\sqrt{1 - \frac{V^2}{C_l^2}}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

In ogni istante l'energia totale E dovrà essere uguale alla somma dell'energia cinetica più quella di riposo : $E = E_c + E_0$

L'energia cinetica risulta dunque :

$$E_c = E - E_0 = E_0 \cdot \left[\left(\sqrt{1 - \frac{V^2}{C_l^2}}\right)^{-\frac{1}{2}} - 1\right]$$

si noti che, per $V << C_l$ possiamo sviluppare in serie di Taylor , fermadoci al secondo termine : $$\left(\sqrt{1 - \frac{V^2}{C_l^2}}\right)^{-\frac{1}{2}} \simeq \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{V^2}{C_l^2}\right)$$

e si ottiene così la nota relazione :

$$E_c = m_0 \cdot C_l^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{V^2}{C_l^2} - 1\right) = \frac{1}{2} \cdot m_0 \cdot V^2$$

Se siamo in presenza di un fotone, la massa di riposo m_0 vale zero e quindi si ha solo la prima componente dell'energia.
Possiamo dunque scrivere in ogni istante l'energia totale del fotone :

$$E_f = m_f \cdot C_l^2 = h \cdot \nu$$

da cui si ha la massa equivalente : $$m_f = \frac{h \cdot \nu}{C_l^2}$$

2024

oppure, sostituendo $\lambda = \dfrac{C_l}{\nu}$, si può scrivere : $m_f = \dfrac{h}{\lambda \cdot C_l}$

equivalente a : $$\lambda = \frac{h}{m_f \cdot C_l}$$

che esprime la lunghezza d'onda associata a una particella di massa m_f in moto alla velocità della luce C_l .

Se una particella interagisce con uno spazio rotante di valore K_s^2 , partendo dalla distanza dal centro $R \to \infty$, con energia totale E **,** dovrà soddisfare in ogni istante l'equazione fondamentale degli spazi rotanti : $V^2 \cdot R = K_s^2$,

che differenziata fornisce : $$d\left(V^2\right) = - \frac{K_s^2}{R^2} \cdot dR$$

Al primo membro abbiamo il differenziale **dell'energia totale** riferito all'unità di massa, mentre al secondo si ha il differenziale del potenziale associato ad un incremento dR della distanza dal centro dello spazio rotante.

Inserendo la massa della particella, possiamo scrivere la relazione usando la energia relativistica :

$$d\left(m \cdot C_l^2\right) = - \frac{K_s^2}{R^2} \cdot m \cdot dR$$

Se la particella è un fotone, sostituendo l'espressione della massa, si ha :

$$d\left(h \cdot \nu\right) = - \frac{K_s^2}{R^2} \cdot \frac{h \cdot \nu}{C_l^2} \cdot dR$$

ovvero : $$\frac{d\nu}{\nu} = - \frac{K_s^2}{C_l^2 \cdot R^2} \cdot dR$$

integrando tra i limiti $R = \infty$ e $R = r$ si ottiene :

2025

$$\ln\left(\frac{\nu(\mathrm{r})}{\nu_\infty}\right)=\frac{\mathrm{K_s^2}}{\mathrm{C_l^2}\cdot\mathrm{r}}$$

dove, al secondo membro abbiamo l'energia potenziale per unità di massa.

Ricordando che $\dfrac{\mathrm{K_s^2}}{\mathrm{C_l^2}}=\mathrm{r_{1s}}=$ raggio dell'orbita minima raggiungibile

sostituendo, si ha : $\nu(\mathrm{r})=\nu_\infty\cdot e^{\frac{\mathrm{r_{1s}}}{\mathrm{r}}}$ posto : $\Delta\nu=\nu_\infty-\nu(\mathrm{r})$

si può anche scrivere : $\Delta\nu(\mathrm{r})=\nu_\infty\cdot\left(1-e^{\frac{\mathrm{r_{1s}}}{\mathrm{r}}}\right)$

E' da notare che generalmente si ha $\mathrm{r}>>\mathrm{r_{1s}}$ e quindi si sviluppa in serie di Taylor l'esponenziale, **fermandosi al secondo termine**, per cui si utilizza la

relazione approssimata : $\Delta\nu(\mathrm{r})=-\nu_\infty\cdot\dfrac{\mathrm{r_{1s}}}{\mathrm{r}}$

Se, per esempio, osserviamo l'orbita di un pianeta del Sistema Solare, con perielio $\mathrm{R_P}$ ed afelio $\mathrm{R_A}$, fissato il fotone da utilizzare per la misurazione, tra i due punti verrà osservata una differenza di frequenza complessiva :

$$\Delta\nu(\mathrm{A})-\Delta\nu(\mathrm{P})=-\nu_\infty\cdot\left(\frac{\mathrm{r_{1s}}}{\mathrm{R_A}}-\frac{\mathrm{r_{1s}}}{\mathrm{R_P}}\right)$$

che si traduce in una errata valutazione delle distanze.

Il rapporto $\dfrac{\mathrm{r_{1s}}}{\mathrm{r}}$ viene generalmente definito **redshift gravitazionale** ed è

è calcolabile senza ricorrere agli effetti relativistici.

2026