estratto da : **L'EQUILIBRIO UNIVERSALE**
**dalla meccanica celeste alla fisica nucleare**
–**Analisi critica dell'onda di De Broglie**, **calcolo teorico dell'angolo di diffrazione degli elettroni nell'esperimento di Davisson e Germer**

Nel paragrafo P. 29.1 abbiamo visto che la costante di Planck nacque come artificio matematico per poter avere accordo tra la curva osservata e quella teorica nella radiazione emessa dal corpo nero.

La condizione irrinunciabile, per avere questo accordo era che gli oscillatori (atomi eccitati) emettessero energia non con distribuzione continua di valori, ma sottoforma di "pacchetti" multipli di una quantità elementare, esprimibile con una relazione del tipo $E_n = n \cdot (h \cdot \nu)$ , rivelatasi successivamente non del tutto corretta.

Nello stesso tempo **le teorie classiche** non riuscivano a rendere conto della stabilità "indiscutibile" degli atomi, in quanto, secondo il modello planetario di Rutherford, l'elettrone in moto sull'orbita è soggetto ad un'accelerazione che genera l'emissione di una radiazione elettromagnetica con una conseguente perdita di energia.
Dopo un tempo più o meno lungo l'elettrone sarebbe destinato così a cadere sul nucleo, **mentre l'esperienza ci dice che questo non si verifica**.

Entrambi questi risultati **trovano una loro giustificazione** nell'ambito della teoria degli spazi rotanti.
In essa si dimostra infatti che :

**Nello spazio fisico**, **le orbite stabili di qualsiasi sistema legato da forze centrali sono quantizzate secondo la relazione** : $R_p = R_1 \cdot p^2$

**L'energia irradiata**, **sottoforma di perturbazione**, **da una massa in moto su un'orbita eccentrica è proporzionale al quadrato dell'eccentricità e presenta la massima intensità nella direzione del semiasse maggiore**.
**L'energia irradiata sull'orbita circolare si riduce dunque a zero**.
**In queste condizioni viene raggiunto un equilibrio stabile**. (Art. 24.2).

In mancanza di risultati Teorici, **per giustificare comunque** le osservazioni sperimentali, Bohr introdusse tre ipotesi arbitrarie :

– Il valore del momento angolare dell'elettrone in moto sull'orbita deve essere

**2253a**

un multiplo intero della costante di Planck, e dunque l'energia di un elettrone potrà assumere solo valori opportuni associati a numeri interi.

–L'atomo emette energia solo durante il passaggio dell'elettrone dallo stato con energia $E_1$ a quello con energia $E_2$ e la frequenza della radiazione emessa è legata ai due stati da una relazione del tipo : $\nu = \dfrac{E_2 - E_1}{h}$

L'energia cinetica dell'elettrone in equilibrio sull'orbita è sempre uguale alla metà della energia potenziale, ossia risulta :

$$E = -\frac{1}{2} \cdot \frac{k \cdot Z \cdot q_e^2}{R}$$

Sostituendo questa relazione nel secondo postulato di Bohr, si ottiene per la frequenza emessa l'espressione :

$$\nu = \frac{1}{2} \cdot \frac{k \cdot Z \cdot q_e^2}{h} \cdot \left( \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right)$$

Confrontando questa relazione con la formula di Rydbergh-Ritz, sapendo che la frequenza è data da $\nu = \dfrac{C_l}{\lambda}$ , si deduce facilmente che i raggi delle orbite stabili, devono essere proporzionali ai quadrati di numeri interi.

Per ottenere questo risultato, Bohr propone il terzo postulato, dicendo che il momento angolare dell'elettrone deve soddisfare la relazione :

$$m_e \cdot V \cdot R = \frac{n \cdot h}{2 \cdot \pi}$$

Anche se queste ipotesi non hanno una giustificazione teorica, con esse Bohr riuscì a giustificare molto bene **lo spettro di emissione dell'idrogeno**. Nulla però riusciva a dire sugli spettri di emissione degli atomi più complessi.

**2253b**

Restavano dunque ancora molti problemi da risolvere. Non ultimo quello che nasceva dalla mescolanza fra le **proprietà corpuscolari e ondulatorie** che la radiazione manifestava in molti processi e che erano state sintetizzate da Einstein con l'introduzione del fotone, descritto come particella dalla :

$$p = \frac{E}{C_l}$$

e da Planck, che descrive la radiazione con caratteristiche ondulatorie con la relazione : $E = h \cdot \nu$

Combinando le due espressioni, si ottiene :

$$p = \frac{E}{C_l} = \frac{h \cdot \nu}{C_l} = \frac{h}{\lambda}$$

In questa relazione compaiono entrambi gli aspetti della radiazione : quello corpuscolare, attraverso l'impulso $p$ , e quello ondulatorio, con la lunghezza d'onda $\lambda$. Essa consente dunque la doppia lettura "**della radiazione**" nello stesso tempo.

A questo punto De Broglie nota che le ipotesi **arbitrarie** che Bohr è costretto a introdurre, per descrivere il comportamento dell'elettrone nell'atomo, altro non fanno che mettere in relazione le caratteristiche di moto **della particella con la sequenza di numeri interi**, **utilizzata da sempre per descrivere qualsiasi processo ondulatorio**.

**Pensa così trattare l'elettrone come il fotone**, sostituendo semplicemente nella relazione che descrive il fotone al suo impulso quello dell'elettrone dato da $p = m \cdot V$ . Scrive dunque :

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot V}$$

Anche se la relazione è stata ricavata ragionando sull'atomo, la sua lettura è applicabile a tutta la materia, dicendo che a un corpo materiale che abbia un impulso $p = m \cdot V$, si associa un comportamento ondulatorio con lunghezza

**2253c**

d'onda $\lambda$ legata all'impulso dalla relazione indicata.

Se si applica la relazione all'elettrone in orbita attorno al nucleo, si dice che la sua esistenza, e dunque l'esistenza dell'onda ad esso associata, è possibile solo se sull'orbita si forma un'onda stazionaria, altrimenti si annullerebbe per interferenza distruttiva, **come accade per qualsiasi oscillazione confinata in uno spazio limitato**.

La lunghezza dell'orbita deve quindi essere un multiplo intero della lunghezza d'onda, ossia dovrà essere :

$$2 \cdot \pi \cdot R_n = n \cdot \lambda = n \cdot \frac{h}{p}$$

viene così giustificata così l'ipotesi di Bohr : $p \cdot R_n = n \cdot \frac{h}{2 \cdot \pi}$

Il comportamento **ondulatorio** della materia, indicato da De Broglie, ci dice quindi anche che :

**quando un corpo di massa $m$ è vincolato a muoversi entro uno spazio di dimensioni limitate $L$, la sua velocità $V$, e dunque la sua energia $E$, può assumere solo valori tali da dare origine**, **nello spazio considerato**, **a onde stazionarie**.

Dovrà dunque essere : $\lambda = \frac{L}{n}$ con $n = 1, 2, 3, \dots\dots\dots$

ossia : $$\frac{h}{m \cdot V} = \frac{L}{n}$$

Quadrando e semplificando, si ottiene :

$$E_n = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_n^2 = \frac{h^2}{2 \cdot m \cdot L^2} \cdot n^2$$

Se la massa $m$ si sposta in uno spazio conservativo come, per esempio, un campo di forze centrali, atomico, nucleare o gravitazionale, su una traiettoria equipotenziale, **si trova in condizione di equilibrio** e quindi l'energia $E_n$ è

**2253d**

uguale a metà dell'energia potenziale, esprimibile con una relazione del tipo :

$$E_p = \frac{K_s^2}{R} \cdot m \qquad \text{oppure} \qquad E_p = \frac{10^{-7} \cdot C_l^2 \cdot \left(Z \cdot q_p\right) \cdot q_e}{R}$$

dovrà dunque essere :

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{K_s^2}{R} \cdot m = \frac{h^2}{2 \cdot m \cdot L^2} \cdot n^2$$

Essendo l'orbita di raggio $R$ il percorso ripetitivo realizzato dalla massa $m$ in un periodo, **si assume come spazio limitato**, **obbligato**, la lunghezza della circonferenza $L = 2 \cdot \pi \cdot R$.
Sostituendo, si ricavano quindi **le caratteristiche orbitali necessarie per avere l'equilibrio** :

$$R_n = \frac{h^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot K_s^2} \cdot \frac{1}{m^2} \cdot n^2$$

$$E_n = \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot \left(K_s^2\right)^2}{h^2} \cdot m^3 \cdot \frac{1}{n^2}$$

Queste relazioni sono state ricavate senza alcuna ipotesi restrittiva, solo con la considerazione che, secondo l'ipotesi di De Broglie, **la massa $m$ si potrà trovare in equilibrio sull'orbita** "solo come onda stazionaria" **con opportuna lunghezza d'onda**.
**Esse dovranno dunque avere validità assolutamente generale**.

La validità delle ipotesi viene verificata normalmente applicando le relazioni all'elettrone nell'atomo di idrogeno, ponendo :

$$m = m_e \;\; ; \;\; K_s^2 = K_p^2 \;\; ; \;\; h = \textbf{costante di Planck}$$

e si ottengono valori in accordo con quelli sperimentali.

**2253e**

Se si considera $h$ **una costante universale**, la prima espressione ci indica un raggio dell'orbita inversamente proporzionale al quadrato della massa che si muove sull'orbita.

Questo vuol dire che, raddoppiando la massa presente su un'orbita, il raggio si dovrebbe ridurre a un quarto del suo valore, in totale disaccordo con quanto si osserva sperimentalmente nell'atomo e nel sistema Solare, dove le orbite **circolari stabili minime** risultano indipendenti dalle masse ed esprimibili, in prima approssimazione, con una relazione del tipo :

$$R_p \simeq 6.151 \cdot 10^6 K_m \cdot p^2$$

La seconda relazione, sempre **assumendo $h$ come costante universale**, ci dice che **l'energia cinetica della massa in equilibrio sull'orbita**, **risulta direttamente proporzionale al cubo della massa** e questo è, fisicamente, assurdo, in quanto sull'orbita le masse si muovono tutte con la stessa velocità ed hanno la stessa energia, per cui l'energia totale associata all'orbita dovrà risultare direttamente proporzionale alla massa presente.

Dalle espressioni vediamo che l'accordo con le osservazioni sperimentali si può ottenere **solo se si assume $h$ direttamente proporzionale al valore della massa in orbita**. Scriviamo dunque :

$$E_n = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_n^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_n \cdot V_n = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_n \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot R_n}{T_n}$$

si ha dunque : $$E_n = 2 \cdot \pi \cdot m \cdot V_n \cdot R_n \cdot \frac{1}{2 \cdot T_n}$$

Nella teoria generale degli spazi rotanti, abbiamo ricavato le relazioni :

$$R_n = R_1 \cdot n^2 \quad ; \quad V_n = V_n \cdot \frac{1}{n} \quad ; \quad T_n = T_1 \cdot n^3$$

sostituendo, si ottiene :

$$E_n = 2 \cdot \pi \cdot m \cdot V_1 \cdot R_1 \cdot \frac{1}{2 \cdot T_1 \cdot n^2}$$

**2253f**

Abbiamo anche dimostrato che, in presenza di un nucleo formato da $Z$ unità uguali fra loro, ciascuna delle quali associata uno spazio rotante unitario $K_p^2$, lo spazio rotante generato risulta $K_s^2 = K_p^2 \cdot Z$ e le caratteristiche dell'orbita fondamentale :

$$R_1(z) = R_{11} \cdot Z^{\frac{1}{3}} \quad ; \quad V_1(z) = V_{11} \cdot Z^{\frac{1}{3}} \quad ; \quad T_1(z) = T_{11} = \frac{1}{\nu_{11}}$$

sostituendo, si ottiene:

$$E_n(z) = (2 \cdot \pi \cdot m \cdot V_{11} \cdot R_{11}) \cdot \left( \frac{\nu_{11}}{2} \cdot \frac{Z^{\frac{2}{3}}}{n^2} \right)$$

Se poniamo :

$$(2 \cdot \pi \cdot m \cdot V_{11} \cdot R_{11}) = H$$

$$\left( \frac{\nu_{11}}{2} \cdot \frac{Z^{\frac{2}{3}}}{n^2} \right) = \nu_n(z)$$

si può scrivere : $$E_n(z) = H \cdot \nu_n(z)$$

**dove $H$ è una costante caratteristica del sistema considerato e dipende solo dalla massa unitaria che genera lo spazio rotante e da quella che si muove in equilibrio sull'orbita**.

Se la massa $m$ si sposta dal livello $n_1$ al livello $n_2$, l'energia associata alla radiazione emessa sarà :

$$E_{12}(z) = H \cdot \left[ \frac{\nu_{11}}{2} \cdot Z^{\frac{2}{3}} \cdot \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \right]$$

**2253g**

in cui "$H$ **rappresenta l'intensità della radiazione e risulta direttamente proporzionale al valore della massa che si sposta**", in perfetto accordo con il fatto che, fissato il sistema, se lo spostamento di una massa $m_1$ genera una radiazione (**fotone**) di frequenza $\nu_1$, **quando lo stesso spostamento viene effettuato simultaneamente, nella stessa direzione, da un numero N di particelle $m_1$ verrà emessa una radiazione formata da un fascio di N fotoni coerenti della stessa frequenza $\nu_{12}$ data da** :

$$\nu_{12}(Z) = \frac{\nu_{11}}{2} \cdot Z^{\frac{2}{3}} \cdot \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$$

Sostituendo il valore di $H$ nelle espressioni di $R_n$ e $E_n$, **associati all'orbita secondo l'ipotesi di De Broglie**, si ottengono le relazioni :

$$R_n = \frac{R_{11}}{Z} \cdot n^2 \quad ; \quad E_n = \frac{1}{2} \cdot \frac{K_p^2}{R_{11}} \cdot m \cdot Z^2 \cdot \frac{1}{n^2}$$

**che forniscono valori in accordo con quelli sperimentali solo nel caso dell'atomo di idrogeno**, con $m = m_e$ e $Z = 1$.
In questo caso il valore di $H$ coincide con la costante di Planck $h$.

Il calcolo consente dunque di trarre le seguenti conclusioni :

–**La costante $H$ è caratteristica del sistema elementare formato da una sola massa elementare attiva, che genera lo spazio rotante, ed un'altra che si muove in equilibrio sull'orbita fondamentale**.

La costante di Planck **non è** dunque una caratteristica con valore universale, ma **strettamente legata all'atomo di idrogeno**.

E'chiaro quindi che essa interverrà **in tutti i sistemi che utilizzano l'atomo di idrogeno come costituente elementare** e quindi praticamente in tutta la materia ordinaria.
In questo senso è una costante universale, ma non è applicabile al nucleo, ai sistemi subnucleari e a quelli astronomici.

**2253h**

–**La quantizzazione delle caratteristiche orbitali che si osservano negli atomi non sono deducibili applicando l'ipotesi di De Broglie**.

Considerare l'orbita come un percorso di lunghezza $L$ entro il quale la massa è confinata subendo una riflessione sugli estremi non è corretto, in quando la onda stazionaria in quest'ultimo caso nasce proprio per la riflessione, mentre **sull'orbita questo non si verifica** e la massa si muove sempre nello stesso verso. Non esistono ostacoli sui quali si produce riflessione e non può quindi formarsi alcuna onda stazionaria.

Si deve osservare che oggi **le onde materiali di De Broglie** rappresentano ormai una realtà acquisita e dimostrata per la prima volta con la diffrazione di un fascio di elettroni da parte di un cristallo di nichel.
Vediamo quali sono le condizioni necessarie per realizzare l'esperimento.

Nel paragrafo P. 29.2 , trattando la deviazione della luce, abbiamo ricavato per il valore della deviazione di una massa qualsiasi ( anche $m \rightarrow 0$ ), sotto l'azione di uno spazio rotante $K_s^2$ , la relazione :

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{\left( \frac{V_P^2 \cdot R_p}{K_s^2} - 1 \right)^2 - 1}}$$

dove $\frac{K_s^2}{R_p} = V_{eqp}^2$ rappresenta la velocità di equilibrio sull'orbita di raggio $R_p$ e quindi si può anche scrivere : $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{\left( \frac{V_P^2}{V_{eqp}^2} - 1 \right)^2 - 1}}$

La relazione mette chiaramente in evidenza che per **avere una deviazione reale**, deve essere : $\left( \frac{V_P^2}{V_{eqp}^2} - 1 \right) \geq 1$

**2253i**

e quindi :

$$V_P \geq \sqrt{2} \cdot V_{eqp} = V_f = \text{velocità di fuga dall'orbita}$$

Se si considera la **deviazione prodotta da un atomo di numero atomico** $Z$, sappiamo che le velocità che consentono l'equilibrio, **sono quantizzate**

secondo la relazione : $$V_{eqn} = V_{eq1} \cdot \frac{1}{n}$$

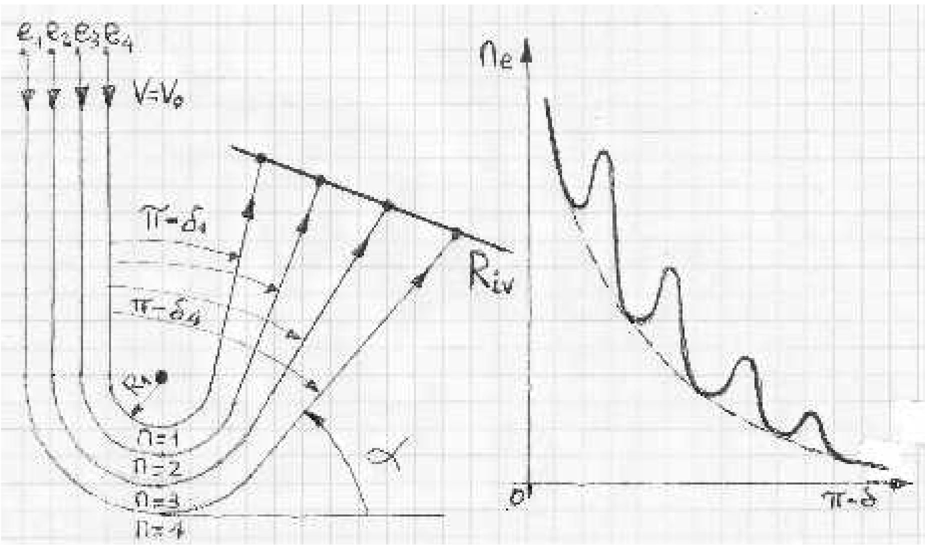
ed associate ai raggi orbitali : $R_{eqn} = R_{eq1} \cdot n^2$
con andamento delle forze come abbiamo visto nell'Art. 24.1 .

Sostituendo alle velocità l'energia cinetica, abbiamo quindi :

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{\left( \frac{E_P}{E_{eq1}} \cdot n^2 - 1 \right)^2 - 1}}$$

In figura è rappresentato, in maniera schematica, un dispositivo che emette un fascio di elettroni di energia $E_0$ che vengono deviati da un atomo e raccolti da un rivelatore.

Se riportiamo su un diagramma la concentrazione degli elettroni che vengono rilevati in funzione della deviazione prodotta, si ottiene la curva indicata, che evidenzia la massima concentrazione in corrispondenza dei valori di $n^2$ .




**2253I**

Con semplici passaggi algebrici, si ricava il valore dell'energia cinetica $E_P$ che l'elettrone deve avere sull'orbita $n$-esima per deviare di un angolo $\alpha$ :

$$E_P = E_{eq1} \cdot \left[ 1 + \sqrt{tg^2 \alpha + 1} \right] \cdot \frac{1}{n^2}$$

oppure, fissato il valore dell'energia $E_P$ , si ottengono i valori dell'angolo $\alpha_n$ in corrispondenza dei quali si ha la massima concentrazione di elettroni :

$$\alpha_n = \frac{\pi}{2} - \mathrm{arctg}\sqrt{\left( \frac{E_P}{E_{eq1}} \cdot n^2 - 1 \right)^2 - 1}$$

Se l'elettrone arriva sull'atomo, **partendo da fermo**, da una distanza $R \to \infty$, giunge in corrispondenza dell'orbita con un'energia $E_{P0} = 2 \cdot E_{eqn}$ , con una velocità uguale a quella di fuga, i quindi ritorna nel punto di partenza ( siamo in un sistema conservativo ) con una deviazione $\alpha_n = \frac{\pi}{2}$.

Se invece viene fornita inizialmente all'elettrone l'energia $E_0$ , quando giunge sull'orbita avrà l'energia : $E_P = E_0 + 2 \cdot E_{eqn}$

Sostituendo, si ottiene quindi :

$$\alpha_n = \frac{\pi}{2} - \mathrm{arctg}\sqrt{\left( \frac{E_0}{E_{eq1}} \cdot n^2 + 1 \right)^2 - 1}$$

Ricordando che :

$$tg\left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right) = \frac{1}{tg\alpha} \quad e \quad \sqrt{\frac{1}{tg^2 \alpha} + 1} = \frac{1}{sen\alpha}$$

con semplici passaggi, si ottiene :

**2253m**

$$\alpha_n = \arcsen \frac{1}{\frac{E_0}{E_{eq1}} \cdot n^2 + 1}$$

Questa espressione mette in evidenza che, **per ottenere valori rilevabili di $\alpha_n$, l'energia iniziale che si deve fornire agli elettroni deve essere dello stesso ordine di grandezza dell'energia di legame degli elettroni sul livello fondamentale dell'atomo considerato**.

Infatti, **per qualsiasi atomo**, con $E_0 = E_{eq1}$ si ottengono i picchi di elettroni in corrispondenza degli angoli :

| $n =$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\alpha_n =$ | $30.000°$ | $11.537°$ | $5.7392°$ | $3.3729°$ | $2.2042°$ | $1.5487°$ | $1.1460°$ |

Con $E_0 = 10 \cdot E_{eq1}$ si ricavano picchi di elettroni difficilmente distinguibili :

| $n =$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\alpha_n =$ | $5.2159°$ | $1.3976°$ | $0.6296°$ | $0.3559°$ | $0.2283°$ | $--$ | $--$ |

Se consideriamo una sostanza cristallina, come per esempio un metallo, la distanza tra gli atomi, in prima approssimazione vale :

$$d \simeq 0.8 \cdot 2 \cdot R_{11e} \cdot Z^{\frac{1}{3}}$$

mentre per il raggio dell'orbita fondamentale si ha :

$$R_1(Z) = R_{11e} \cdot Z^{\frac{1}{3}}$$

Ne deriva che, **inviando elettroni**, **comunque accelerati**, **sulla superficie di un metallo cristallizzato**, " il solo picco rilevabile sarà quello associato al numero quantico principale $n = 1$ ".

Per esemplificare quanto abbiamo visto, calcoliamo la posizione del picco di elettroni diffratti da una superficie di nichel.

**2253n**

Il raggio dell'orbita fondamentale vale :

$$R_1(28) = R_{11e} \cdot Z^{\frac{1}{3}} = 5.2918 \cdot 10^{-11}\text{m} \cdot 28^{\frac{1}{3}} = 1.607 \cdot 10^{-11}\text{m}$$

Lo spazio rotante generato dal nucleo vale :

$$K_s^2(28) = K_p^2 \cdot Z = 253.2638995 \frac{\text{m}^3}{\text{sec}^2} \cdot 28 = 7091.389186 \frac{\text{m}^3}{\text{sec}^2}$$

La velocità di equilibrio degli elettroni sull'orbita associata a $n = 1$ vale :

$$V_1(28) = \left( \frac{K_s^2(28)}{R_1(28)} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{7091.389186 \frac{\text{m}^3}{\text{sec}^2}}{1.607 \cdot 10^{-10}\text{m}} = 6.6429 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

L'energia di legame associata all'equilibrio dell'elettrone in moto sull'orbita fondamentale sarà :

$$E_{eq1}(28) = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot V_1^2(28) = 125.448\,\text{eV}$$

Se gli elettroni vengono accelerati sotto una d.d.p. di $54\,\text{V}$ , prima di essere inviati sulla superficie di nichel, l'energia iniziale sarà $E_0 = 54$ eV .
Sostituendo, si ricava l'angolo che individua il picco di elettroni :

$$\alpha_1(28) = \frac{\pi}{2} - \text{arctg}\sqrt{\left( \frac{54\text{ eV}}{125.448\,\text{eV}} \cdot 1^2 + 1 \right)^2 - 1} = 44.353°$$

in buon accordo con il valore osservato sperimentalmente.

Le relazioni che abbiamo ricavato **mettono chiaramente in evidenza** che il picco della concentrazione di elettroni rilevato nell'esperimento di diffrazione realizzato da **Davisson e Germer** non ha alcun legame con l'onda materiale di De Broglie, e dipende unicamente dal valore dell'energia di legame degli elettroni dello strato K , associato a $n = 1$ .

La relazione che abbiamo ricavato potrebbe essere utilmente impiegata per ricavare sperimentalmente i **valori dell'energia associata ai livelli atomici**, secondo la relazione :

**2253o**

$$E_{eq1}(Z) = \frac{E_0}{\dfrac{1}{\operatorname{sen}\alpha_1(Z)} - 1} \quad ; \quad E_{eqn}(Z) = \frac{E_{eq1}(Z)}{n^2}$$

Se si fissa $\alpha_1(Z) = 30°$ , si ottiene : $E_{eq1}(Z) = E_0(\mathbf{30}°)$

In un esperimento reale **l'energia associata al livello fondamentale** $n = \mathbf{1}$ è così data direttamente in eV dal valore della tensione acceleratrice, che si deve applicare per avere il picco di elettroni deviato di **30**°.

Per ogni elemento il primo valore approssimato della tensione acceleratrice da applicare si calcola con l'espressione :

$$E_{eq1}(Z) = \mathbf{13.6057}\,\mathrm{eV} \cdot Z^{\frac{2}{3}}$$

Per valori elevati di $Z$ **,** per esempio per il bismuto, si ottiene :

$$E_{eq1}(83) = \mathbf{13.6057}\,\mathrm{eV} \cdot \mathbf{83}^{\frac{2}{3}} = \mathbf{258.89}\,\mathrm{eV}$$

e quindi **l'energia associata al sesto livello** (energia di prima ionizzazione)

risulta : $$E_{eq6}(83) = \frac{E_{eq1}(83)}{n^2} = \mathbf{7.1914}\,\mathrm{eV}$$

in buon accordo con il valore sperimentale uguale a $\mathbf{7.285}\,\mathrm{eV}$

**2253p**