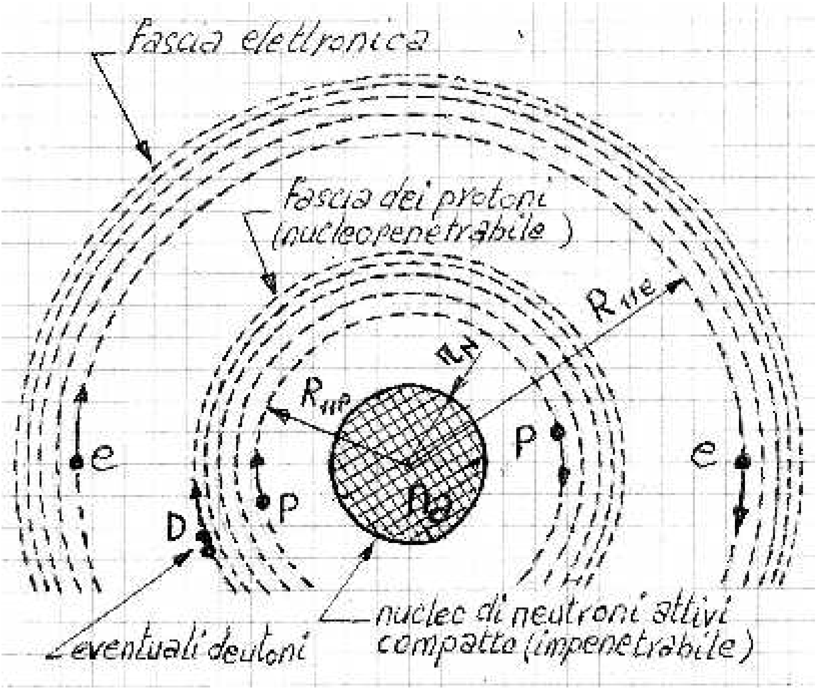
– **Espressione teorica delle forze nucleari e caratteristiche di moto dei nucleoni**.

Nell'Art. 35 abbiamo visto che il nucleo atomico, per poter fornire incrementi dell'energia di legame, per aggiunta di un nucleone, in accordo con i risultati sperimentali, deve assumere una configurazione come quella di figura.



Secondo questa schematizzazione, la struttura atomica è organizzata da due spazi rotanti.

Quello esterno regola l'equilibrio degli elettroni nella fascia periferica, mentre quello interno regola il moto delle particelle nucleari.

Trattandosi di "**normali spazi rotanti**"senza alcuna particolare condizione, devono soddisfare le leggi che abbiamo ricavato trattando la teoria generale. Nei due casi lo studio sarà dunque assolutamente analogo, anche se " **i due spazi rotanti conservano la loro indipendenza** " e ciascuno di essi verrà considerato con le proprie caratteristiche particolari.

Iniziamo, a questo punto, lo studio del nucleo atomico con la determinazione delle caratteristiche orbitali dei protoni.

Nella teoria generale degli spazi rotanti, fissata la sfera generatrice centrale, nel nostro caso il numero Z di neutroni , abbiamo visto che le caratteristiche orbitali vengono definite dal numero quantico ρ secondo le relazioni :

805a

$$R_p = R_{1Z} \cdot p^2 \quad ; \quad V_p = \frac{V_{1Z}}{p}$$

Dove R_{1Z} e V_{1Z} sono i valori che vengono associati all'orbita fondamentale, corrispondente a $p = \mathbf{1}$, che è caratteristica della sfera centrale generatrice dello spazio rotante.

Il raggio del **nucleo centrale compatto** è già stato ricavato e vale :

$$r_{nZ} = \left(\frac{\mathbf{6}}{\pi}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{r_{1p}}{\mathbf{2}} \cdot Z^{\frac{1}{3}} = \mathbf{1.748111033 \cdot 10^{-15}}\, m \cdot Z^{\frac{1}{3}}$$

Trattando gli spazi rotanti astronomici, abbiamo anche visto che la massima stabilità dell'equilibrio di una massa m in moto su un'orbita di raggio R_n di uno spazio rotante di valore K_s^2, si ottiene se il raggio della sfera planetaria

r_p della massa m soddisfa la condizione : $r_p = \left(\frac{K^2}{K_s^2}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot R_n$

dove K^2 è lo spazio rotante associato alla massa in orbita.

Nel nostro caso la massa in orbita è un protone, il cui spazio rotante vale K_p^2 e lo spazio rotante centrale è quello generato da Z neutroni polarizzati, che è stato calcolato trattando la sintesi del deutone e vale : $K_n^2 = \frac{K_p^2}{\mathbf{2}}$.

Si ha quindi : $$K_Z^2 = Z \cdot K_n^2 = Z \cdot \frac{K_p^2}{\mathbf{2}}$$

Sostituendo, la relazione tra i raggi diventa :

$$r_p = \left(\frac{Z}{\mathbf{2}}\right)^{-\frac{1}{3}} \cdot R_n \quad \text{da cui :} \quad R_n = \frac{r_p}{\mathbf{2}^{\frac{1}{3}}} \cdot Z^{\frac{1}{3}}$$

Il nucleo atomico avente $Z = \mathbf{1}$ corrisponde al deutone e quindi, con $Z = \mathbf{1}$ la relazione deve fornire un valore del raggio della prima orbita R_{11P} uguale

805b

alla distanza che esiste nel deutone tra il protone e il neutrone, che abbiamo già calcolato e vale $R_{11P} = 57,63978486 \cdot 10^{-15}$ m.

Il raggio dell'orbita fondamentale del nucleo avente numero atomico Z **sarà quindi** :

$$R_1(Z) = R_{11P} \cdot Z^{\frac{1}{3}} = 57,63978486 \cdot 10^{-15}\ \text{m} \cdot Z^{\frac{1}{3}}$$

E' da tenere presente che, essendo la distanza tra protone e neutrone R_{11P} relativamente elevata, in una prova di scattering non viene rilevata, in quanto la deviazione si verifica ad opera del protone in corrispondenza della distanza $r_{1p} = 2.81794092 \cdot 10^{-15}\ \text{m} << R_{11P}$.

A questo punto possiamo calcolare il raggio dell'orbita associata al numero quantico p con l'espressione generale :

$$R_p(Z) = R_{11P} \cdot Z^{\frac{1}{3}} \cdot p^2$$

Il protone in equilibrio sull'orbita deve anche verificare la legge fondamentale degli spazi rotanti :

$$V_p^2(Z) \cdot R_p(Z) = K_n^2(Z) = Z \cdot \frac{K_p^2}{2} = \textbf{costante}$$

da cui si ricava la velocità di equilibrio orbitale :

$$V_p(Z) = \left(\frac{K_p^2}{2 \cdot R_{11P}} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot Z^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{1}{p}$$

posto :

$$V_{11P} = \left(\frac{K_p^2}{2 \cdot R_{11P}} \right)^{\frac{1}{2}} = 46871674.74 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

si ottiene l'espressione della velocità orbitale :

805c

$$V_p(Z) = V_{11P} \cdot Z^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{1}{p}$$

Con questo modello, in accordo con lo spirito unitario della teoria, gli elettroni che si muovono alla periferia dell'atomo vengono descritti dalle **stesse leggi** che regolano l'equilibrio dei protoni che si muovono all'interno del nucleo.
Si hanno quindi le relazioni :

atomo		**nucleo**
$R_e(Z) = R_{11e} \cdot Z^{\frac{1}{3}} \cdot p^2$		$R_p(Z) = R_{11P} \cdot Z^{\frac{1}{3}} \cdot p^2$
$V_e(Z) = V_{11e} \cdot Z^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{1}{p}$	;	$V_p(Z) = V_{11P} \cdot Z^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{1}{p}$
$K_p^2(Z) = Z \cdot K_p^2$		$K_n^2(Z) = Z \cdot \frac{K_p^2}{2}$

E' da notare che le differenze tra le condizioni di equilibrio dei protoni e degli elettroni nei due spazi rotanti sono dovute sostanzialmente alla differenza tra le masse. Valgono infatti le relazioni :

$$R_{11e} = R_{11p} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{m_p}{m_e} \quad ; \quad V_{11p} = V_{11e} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{m_p}{m_e} \right)^{\frac{1}{2}}$$

La velocità orbitale massima viene raggiunta dai protoni presenti sulla prima orbita.
Quando, aumentando Z, la velocità di fuga dall'orbita fondamentale uguaglia la velocità della luce C_l, il nucleo attivo centrale non riesce più a comunicare con l'esterno e quindi il numero di neutroni cenrtali non può più aumentare.

Il valore massimo del numero atomico che produce un nucleo al limite della stabilità si ha quindi ponendo : $\sqrt{2} \cdot V_{1P}(Z_{max}) = C_l$ con $p = 1$
si ottiene così il valore massimo :

805d

$$Z_{max} = \left(\frac{C_I}{\sqrt{2} \cdot V_{11P}} \right)^{\frac{1}{3}} = 92.5$$

in buon accordo con il fatto che l'uranio, con $Z = 92$, rappresenta l'ultimo elemento relativamente stabile.

Facciamo presente che i protoni in orbita sono in moto **rispetto allo spazio immobile sterno**, ma in perfetto equilibrio rispetto allo spazio rotante locale, per cui su di essi lo spazio rotante non rileva alcun effetto relativistico.

Avendo definito un modello atomico e nucleare organizzati come un comune spazio rotante, possiamo pensare di applicare alle masse in esso presenti la espressione della forza che abbiamo già ricavato per i campi gravitazionali e coulombiani.

Ricordiamo che l'espressione della **forza unificata** è stata ricavata facendo sempre riferimento ad una sola massa in moto sull'orbita dello spazio rotante e alla massa generatrice centrale priva di qualsiasi oscillazione.
In questo caso abbiamo in orbita più masse e quindi è necessario verificare se queste condizioni sono ancora presenti.

Per quanto riguarda la sfera centrale, possiamo pensarla ancora immobile, se immaginiamo, verosimilmente, che le masse sulle orbite siano distribuite uniformemente, in modo da dare origine ad un sistema a simmetria sferica.

Fatta questa premessa, possiamo ora valutare la distanza che separa due protoni contigui sulla stessa orbita del nucleo atomico, per verificare se essi sono in condizioni di poter interagire tra loro.

Se si indica con d la distanza tra protoni contigui, in prima approssimazione, nella condizione peggiore, con orbita satura, sarà :

$$d \simeq \frac{2 \cdot \pi \cdot R_{ZPP}}{2 \cdot p^2}$$

La forza d'interazione protone/protone sappiamo che vale :

$$F_{pp} = \frac{K_p^2 \cdot m_p}{d^2}$$

805e

con una componente radiale :

$$F_{ppr} \simeq F_{PP} \cdot \mathrm{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi}{4 \cdot p^2}\right) \simeq F_{PP} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{4 \cdot p^2}$$

La forza d'interazione tra protone e nucleo vale :

$$F_{PN} = \frac{K_N^2 \cdot m_p}{R_{ZPP}^2} = \frac{Z \cdot K_P^2 \cdot m_p}{2 \cdot R_{ZPP}^2}$$

Si ha dunque il rapporto :

$$\frac{F_{PN}}{F_{ppr}} \simeq \frac{Z}{2 \cdot R_{ZPP}^2} \cdot \frac{d^2 \cdot p^2}{2 \cdot \pi} = \frac{Z \cdot \pi}{p^2}$$

e quindi, in definitiva, si ha : $$F_{PN} \simeq \frac{Z \cdot \pi}{p^2} \cdot F_{ppr}$$

Ricordando che, per un nucleo saturo si ha :

$$Z = \sum_{1}^{p_S} 2 \cdot p^2 = \frac{1}{3} \cdot \left(p_s + p_s^2 + 2 \cdot p_s^3\right)$$

sostituendo, si ottiene :

$$F_{PN} \simeq \left(1 + \frac{1}{p_s} + 2 \cdot p_s\right) \cdot F_{ppr}$$

Ripetendo il calcolo per gli elettroni periferici, si ottiene un risultato analogo e quindi anch'essi si possono ritenere non interagenti tra loro.
Con buona approssimazione, si può dunque considerare in ogni caso solo l'azione dello spazio rotante centrale.

La forza che il nucleo centrale di neutroni attivi esercita sul protone presente sull'orbita associata al numero quantico p si potrà dunque esprimere con **la**

805f

espressione unificata : $$F_{PN}(Z) = \frac{K_n^2(Z) \cdot m_p}{R_{ZPP}^2(Z)} = \frac{Z \cdot K_P^2 \cdot m_p}{2 \cdot R_{ZPP}^2}$$

Si noti che la forza nucleare risulta indipendente dal numero di neutroni **presenti nel nucleo**.

Sostituendo le espressioni di $K_n^2(Z)$ e $R_{ZPP}^2(Z)$, si ottiene :

$$F_{PN}(Z) = \frac{Z \cdot K_P^2 \cdot m_p}{2 \cdot R_{ZPP}^2} = \frac{Z \cdot K_P^2 \cdot m_p}{2 \cdot \left(R_{11P} \cdot Z^{\frac{1}{3}} \cdot p^2\right)^2} =$$

$$= \frac{Z^{\frac{1}{3}} \cdot K_P^2 \cdot m_p}{2 \cdot R_{11P}^2 \cdot p^4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{K_P^2 \cdot m_p}{R_{11P}^2} \cdot Z^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{1}{p^4}$$

ricordando che : $$\frac{1}{2} \cdot \frac{K_P^2}{R_{11P}} = V_{11P}^2$$

sostituendo, si ha :

$$F_{PN}(Z) = \frac{V_{11P}^2}{R_{11P}} \cdot m_p \cdot Z^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{1}{p^4}$$

$$a_{11p} = \frac{V_{11P}^2}{R_{11P}} = \frac{\left(46871674.74 \frac{m}{sec}\right)^2}{57,63978486 \cdot 10^{-15} m} = 3.811523409 \cdot 10^{28} \frac{m}{sec^2}$$

rappresenta il valore dell’accelerazione centrifuga che il neutrone polarizzato, **considerato fermo al centro**, esercita sull’unico protone il moto sulla prima orbita del nucleo avente $Z = 1$ (deutone non libero).

805g

Trattando la sintesi del deutone, abbiamo visto che per polarizzare il neutrone, rendendolo capace di generare lo spazio rotante neutronico, il protone deve polarizzarsi a sua volta **avvicinando al neutrone un suo componente di massa** uguale a $\frac{1}{4} \cdot m_p$, per cui la massa del protone che rimane in moto sull'orbita è cambiata e vale : $m_p^* = \frac{3}{4} \cdot m_p$.

Il valore della forza che il neutrone attivo esercita sul protone polarizzato sarà dunque :

$$F_{11p} = a_{11p} \cdot m_p^* = 47.81431575\, N_w$$

Ricordiamo che il deutone non è stato considerato libero ed **è stato trattato come un nucleo avente $Z = 1$ con neutrone attivo immobile**.
In definitiva, sostituendo si ottiene :

l'espressione della forza, nucleare che viene esercitata su un nucleone in un nucleo avente numero atomico Z :

$$F_{PN}(Z) = F_{11p} \cdot Z^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{1}{p^4}$$

con i valori numerici :

$$F_{PN}(Z) = 47.81431575\, N_w \cdot Z^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{1}{p^4}$$

Per la fascia elettronica dell'atomo si avranno le espressioni analoghe :

$$F_{PN}(Z) = \frac{V_{11e}^2}{R_{11e}} \cdot m_e \cdot Z^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{1}{p^4}$$

ponendo : $$F_{11e} = \frac{V_{11e}^2}{R_{11e}} \cdot m_e = 82.38729472 \cdot 10^{-9}\, N_w$$

si ottiene :

805h

$$F_{Ne}(Z) = 82.38729472 \cdot 10^{-9} N_w \cdot Z^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{1}{p^4}$$

Nota l'espressione teorica della forza centrale che lo spazio rotante esercita sulle masse con esso interagenti, possiamo calcolare il lavoro che sviluppa quando sposta una massa dalla distanza $R \to \infty$ su un'orbita di raggio R_P :

$$L_P = \int_{\infty}^{R_P} F \cdot dr = \int_{\infty}^{R_P} - \frac{K^2 \cdot m}{R^2} \cdot dr = \frac{K^2}{R_p} \cdot m = F_p \cdot R_p$$

Il lavoro compiuto si ritroverà sulla massa m come energia potenziale E_p in modo che si abbia : $L_P + E_p = 0$, ossia $E_p = -L_P = -\frac{K^2}{R_p} \cdot m$

Se sull'orbita viene raggiunto l'equilibrio come, per esempio, accade per un pianeta, un elettrone atomico oppure un protone nucleare, si dovrà avere :

$$V_p^2 \cdot R_p = K^2$$

e la massa in orbita avrà l'energia cinetica : $E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_p^2$

L'energia totale che lega la massa in equilibrio sull'orbita allo spazio rotante sarà quindi la somma :

$$E_t = E_c + E_p = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_p^2 - \frac{K^2}{R_p} \cdot m = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot V_p^2$$

L'energia di legame risulta quindi numericamente uguale all'energia cinetica, che, a sua volta risulta uguale a metà dell'energia potenziale.
Avremo quindi per l'energia di legame :

$$E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_p^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{K^2}{R_p} \cdot m = \frac{1}{2} \cdot F_p \cdot R_p$$

Naturalmente, **tutte queste conclusioni valgono per "qualsiasi spazio**

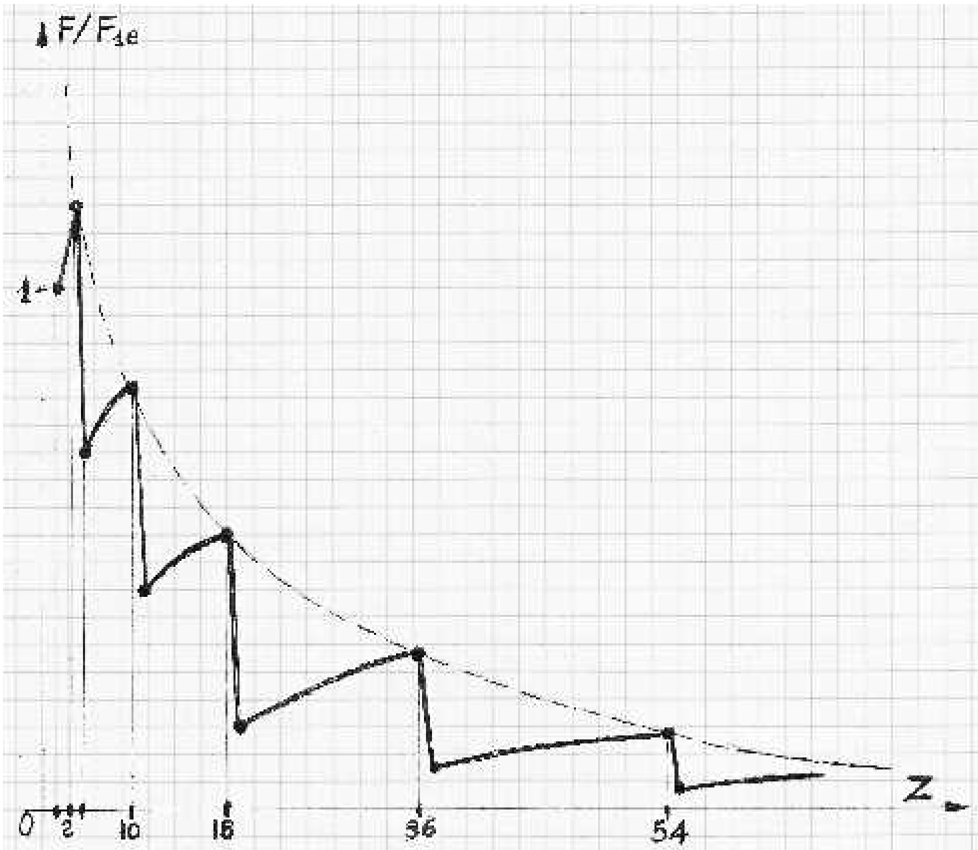
805i

rotante conservativo" e quindi anche per l'atomo e il nucleo.

Riportando su diagramma cartesiano il rapporto $\dfrac{F}{F_{11}}$ dovremmo ottenere la stessa curva. In realtà si ottengono curve con un andamento simile, ma non uguale, in quanto **nella parte periferica** dell'atomo sulle orbite abbiamo solo elettroni e quindi, per il principio di esclusione di Pauli, essi passano al livello successivo prima ancora di saturare quello associato al numero quantico p, con $\left(2 \cdot p^2\right)$ elettroni. Si hanno così i massimi relativi in corrispondenza di

$Z = \mathbf{2}$; **10** ; **18** ; **36** ; **......** invece di $Z = \mathbf{2}$; **10** ; **28** ; **60** ; **......**

Nel nucleo la presenza in orbita di protoni e deutoni sposta i massimi relativi verso i punti di saturazione.



Dal diagramma vediamo che il valore della forza che il nucleo attivo esercita

805I

sui i protoni in orbita **diminuisce rapidamente** con l'aumentare del numero atomico . Per gli estremi degli atomi stabili $Z = \mathbf{1}$ e $Z = \mathbf{83}$ risulta :

$$F_{PN}(1) = \mathbf{47.81431575}\, N_w$$

$$F_{PN}(83) = \mathbf{47.81431575}\, N_w \cdot \mathbf{83}^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6^4}} = \mathbf{0.160933197}\, N_w$$

Si noti che, utilizzando l'espressione della forza unificata, **la forza nucleare può essere descritta anche utilizzando la carica elettrica**.
Si ha infatti :

$$F_{11P} = \frac{K_P^2 \cdot m_p^*}{2 \cdot R_{11P}^2} = \frac{K_P^2 \cdot \frac{3}{4} m_p}{2 \cdot \left(2 \cdot R_{11e} \cdot \frac{m_e}{m_p} \right)^2} \cdot \frac{m_e}{m_e} =$$

$$= \frac{K_P^2 \cdot \frac{3}{4} \cdot m_p}{2 \cdot \left(2 \cdot R_{11e} \cdot \frac{m_e}{m_p} \right)^2} \cdot \frac{m_e}{m_e} = \frac{3}{32} \cdot \frac{K_P^2 \cdot m_e}{R_{11e}^2} \cdot \left(\frac{m_p}{m_e} \right)^3$$

ricordando che : $$F_{11e} = \frac{K_P^2 \cdot m_e}{R_{11e}^2} = \left(10^{-7} \cdot C_l^2 \right) \cdot \frac{q^2}{R_{11e}^2}$$

si ottiene :

$$F_{11P} = \frac{3}{32} \cdot \left(\frac{m_p}{m_e} \right)^3 \cdot F_{11e}$$

Il rapporto tra le forze che agiscono sui protoni nucleari e quelle che agiscono sugli elettroni periferici dipende solo dal rapporto fra le masse e vale :

805m

$$\frac{F_{11P}}{F_{11e}} = \frac{3}{32} \cdot \left(\frac{m_p}{m_e} \right)^3 = 580.3603082 \cdot 10^6$$

l'espressione generale delle forze che nell'atomo agiscono sulle particelle in orbita, siano esse protoni nucleari o elettroni periferici, si può scrivere :

$$F(Z\,;R) = F_{11} \cdot Z^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{1}{p^4}$$

Un fatto certamente rilevante è l'indipendenza di queste forze dal numero dei neutroni presenti nel nucleo.
Un'altra importante osservazione riguarda **"la stabilità sia dell'atomo che del nucleo",** che assume il valore massimo assoluto per l'elio e il deutone.

Normalmente questo risultato sperimentale viene attribuito alla particolare ? strurrura di questo elemento. In realtà esso non ha nulla di particolare. Molto semplicemente, **avendo nell'espressione della forza di legame il numero quantico principale p^4 al denominatore**, **il valore della forza diminuisce rapidamente**, **metre 1^4 vale sempre 1** e l'elio è strutturato come tutti gli altri elementi.

Le forze che abbiamo ricavato sono quelle che agiscono sulle particelle nelle condizioni di equilibrio.
Allontanandosi da questa condizione, le forze assumono l'andamento che è stato analizzato nell'Art. 24.1 , trattando le forze di Van der Waals.

Come ben sappiamo, **tutte le misurazioni** sugli atomi e sui nuclei vengono fatte più facilmente attraverso i valori dell'energia di legame, in quanto non è possibile avere accesso alle singole particelle per il rilievo delle forze.

Mettiamo quindi in relazione l'espressione della forza unificata che abbiamo ricavato e di tutte le altre caratteristiche dell'atomo con l'energia di legame.
Consideriamo dunque una particella in moto equilibrato sull'orbita associata al numero quantico p di un atomo con numero atomico Z. La sua energia di legame sarà :

$$E_1(Z\,;p) = \frac{1}{2} \cdot F_p \cdot R_p =$$

805n

$$= \frac{1}{2} \cdot F_{11} \cdot Z^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{1}{p^4} \cdot R_{11} \cdot Z^{\frac{1}{3}} \cdot p^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot F_{11} \cdot R_{11} \cdot Z^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{p^2}$$

Essendo : $\frac{1}{2} \cdot F_{11} \cdot R_{11} = E_{11}$

il valore dell'energia che lega la particella sull'orbita fondamentale dell'atomo con $Z = 1$, sostituendo si ha **l'espressione generale** :

$$E_1(Z\,;\,p) = E_{11} \cdot Z^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{p^2}$$

Per gli elettroni e per i protoni, sostituendo i valori numerici, si ottiene :

$$E_{11e} = \frac{1}{2} \cdot F_{11e} \cdot R_{11e} = \frac{1}{2} \cdot \frac{K_p^2 \cdot m_e}{R_{11e}} = \mathbf{13.60569806}\,\mathrm{eV}$$

$$E_{11p} = \frac{1}{2} \cdot F_{11p} \cdot R_{11p} = \frac{1}{2} \cdot \frac{K_p^2 \cdot m_p^*}{2 \cdot R_{11p}} = \mathbf{8.600817219}\,\mathrm{MeV}$$

A questo punto dobbiamo ricordare che queste relazioni sono state ricavate senza alcuna ipotesi restrittiva, con particelle sulle orbite tutte uguali tra loro e questo si verifica per gli elettroni, ma non per il nucleo, nel quale abbiamo in orbita protoni e deutoni in numero dipendente dal numero atomico Z**.**

Questa situazione rende necessario un piccolo adattamento.
Secondo il valore di E_{11p} che abbiamo ottenuto, il deutone libero dovrebbe

avere un'energia di legame : $E_{Dt} = \frac{E_{11p}}{4} = \mathbf{2.150204}\,\mathrm{MeV}$

Il valore sperimentale risulta invece $E_D = \mathbf{2.22457}\,\mathrm{MeV}$, che richiederebbe un valore $E_{11p} = \mathbf{4} \cdot \mathbf{2.22456}\,\mathrm{MeV} = \mathbf{8.89824}\,\mathrm{MeV}$.

805o

Un ulterione piccolo adattamento è richiesto per tener conto della dipendenza dal numero atomico della distribuzione dei deutoni sulle orbite.
L'espressione definitiva che si ottiene risulta (paragrafo P. 97.1) :

$$E_{11p} = 9.16\,\text{MeV} \cdot \left[1 - \frac{|Z-18|^{\frac{5}{4}}}{1200} + S \cdot \frac{(Z-83)^{\frac{7}{4}}}{32000} \right]$$

Dove S vale sempre zero e si assume $S = 1$ solo per $Z > 83$.
In definitiva, assegnato un nucleo di numero atomico Z , il protone sull'orbita associata al numero quantico p , trascurando l'ultimo termine correttivo, con buona approssimazione, risulta legato al nucleo centrale dall'energia :

$$E_{1p}(Z\,;p) = 9.16\,\text{MeV} \cdot Z^{\frac{2}{3}} \cdot \left(1 - \frac{|Z-18|^{\frac{5}{4}}}{1200} \right) \cdot \frac{1}{p^2}$$

Questa espressione ci consente di calcolare l'energia di legame di ciascuna particella presente nel nucleo.
Utilizzando la configurazione dei livelli nucleari, pubblicata sul sito dal P. 98 al P. 217, con l'espressione teorica che abbiamo ottenuto, è possibile calcolare **teoricamente** l'energia associata a qualsiasi trasmutazione nucleare, come verificheremo in un prossimo capitolo.

Quello che in questo momento vogliamo mettere in evidenza è la possibilità di calcolare teoricamente il raggio corretto di ciascuna orbita e, considerando il livello p_s di confine, il valore del raggio nucleare (penetrabile), con il quale vedremo che sarà possibile **calcolare teoricamente il valore dell'energia associata alla fissione nucleare e al decadimento α.**

Abbiamo visto che l'energia di legame di un protone in orbita numericamente è uguale alla sua energia cinetica e quindi sarà :

$$E_{1p}(Z\,;p) = \frac{1}{2} \cdot m_p^* \cdot V_p^2(Z\,;p) \quad \text{da cui :} \quad V_p^2(Z\,;p) = \frac{2 \cdot E_{1p}(Z\,;p)}{m_p^*}$$

Quindi anche : $$\frac{2 \cdot E_{1p}(Z\,;p)}{m_p^*} \cdot R_p(Z\,;p) = V_p^2(Z\,;p) \cdot R_p(Z\,;p)$$

805p

Il secondo membro è uguale allo **spazio rotante neutronico**,che è costante

e vale : $$K_n^2(Z) = Z \cdot \frac{K_p^2}{2}$$

e quindi si ricava : $$R_p(Z\,;\,p) = Z \cdot \frac{K_p^2}{2} \cdot \frac{m_p^*}{2 \cdot E_{1p}(Z\,;\,p)}$$

e infine, con qualche semplice passaggio, si ottiene **l'espressione corretta del raggio nucleare** :

$$R_p(Z\,;\,p) = \frac{54.1211 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{m}}{1 - \frac{|Z - 18|^{\frac{5}{4}}}{1200}} \cdot Z^{\frac{1}{3}} \cdot p^2$$

Generalmente nelle transizioni è comunque possibile effettuere i calcoli, con un errore trascurabile anche utilizzando le espressioni teoriche senza alcuna correzione.

805q