

– **campo magnetico planetario nel Sistema Solare**

Sostituendo i valori numerici nella espressione della forza giroscopica, per la Terra si ottiene :

$$\mathbf{F} = 9,44 \cdot 10^{15} \text{ N}_w$$

valore assolutamente trascurabile rispetto a quello della forza gravitazionale che viene esercitata dal Sole : $\mathbf{F}_{ST} = 3,54 \cdot 10^{19} \text{ N}_w$.

Analogo risultato si ottiene per gli altri pianeti.

Sebbene il valore di questa forza non sia elevato, il momento associato è tale da produrre una rotazione tendente a rendere paralleli l'asse di rotazione con quello di rivoluzione.

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{R} \cdot \text{sen}\vartheta = \frac{2}{5} \cdot m_p \cdot r_p^2 \cdot \omega_n \cdot [\omega_p - \omega_n \cdot \text{cos}\vartheta]$$

Man mano che lo sfasamento tra i due assi si riduce, il modulo del momento, al primo membro, si riduce e tende ad annullarsi per $\vartheta = 0$.

L'azione della forza \mathbf{F} è dunque tale da spingere gli assi al parallelismo e si orienta verso il punto fisso \mathbf{O} quando esso viene raggiunto, con $\vartheta = 0$.

In queste condizioni, il primo membro vale zero e quindi lo stesso valore deve assumere il secondo. Dalla relazione vediamo che esso si annulla solo se si annulla il moto di rivoluzione, con $\omega_n = 0$, oppure se il moto rotorivolvente diventa sincrono, con $\omega_n = \omega_p$, risultato che, del resto, è stato già ottenuto per altra via.

Facciamo notare che la condizione di equilibrio è stata ricavata prendendo in considerazione solo il corpo rigido in moto **nello spazio fisico** senza alcuna interazione con altri corpi materiali.

La condizione di equilibrio ottenuta è dunque da intendere imposta al corpo in orbita dallo spazio fisico per poter verificare i principi di conservazione, che in esso vengono imposti dalla definizione stessa, che abbiamo dato dello spazio fisico nell'introdurre la teoria.

Va infatti osservato che nella interazione tra due corpi materiali, presenti nello

spazio fisico ed inizialmente indipendenti, un loro accostamento porta a una condizione di equilibrio che, per verificare i principi di conservazione, richiede orbite piane ben precise, percorse a velocità ben definite sotto l'azione di una forza centrale, che abbiamo indicato come " forza gravitazionale ".

Il momento angolare è però una grandezza con caratteristiche vettoriali, per cui, se anche il modulo rimane invariato durante il moto di rivoluzione, non si conserva la direzione, in quanto abbiamo comunque un vettore rotante nello spazio con una velocità angolare ω_n .

La tendenza dello spazio fisico ad **opporsi alla variazione della direzione del momento angolare** dei corpi che si muovono in esso viene manifestata applicando al corpo un momento capace di farlo ruotare in modo da portare l'asse di rotazione parallelo a quello di rivoluzione.

Quando questa condizione viene raggiunta, il momento si annulla e la forza si orienta verso il centro del moto di rivoluzione.

Del resto, se un sistema formato da due corpi materiali, deve mantenere nullo il suo momento angolare, man mano che diminuisce il momento acquisito da uno, deve aumentare della stessa quantità quello dell'altro, mantenendo i due assi paralleli.

Se dunque abbiamo " una sfera solare " che acquisisce nel suo spazio rotante un corpo inizialmente indipendente, dunque con un momento angolare nullo, dato che sull'orbita la sfera planetaria in moto acquista un momento angolare, per soddisfare " il principio di conservazione ", indurrà la sfera solare a ruotare su se stessa in modo da acquistare un momento angolare avente lo stesso valore e verso contrario.

E' chiaro che, se si ripete questo discorso per tutte le sfere planetarie acquisite, si conclude che :

alla sfera solare centrale sarà associato un momento angolare pari alla somma dei momenti associati ai diversi pianeti.

In definitiva, se analizziamo l'interazione di uno spazio rotante K_s^2 con il corpo materiale posto a una distanza R dal centro, non solo sul piano, ma nelle tre

dimensioni, vediamo che essa presenta due componenti :

– **una componente gravitazionale**, che abbiamo già studiato, la quale si presenta indipendente dalle condizioni di moto del corpo satellite, **si manifesta unicamente per la sua presenza entro il raggio d'azione dello spazio**

rotante centrale e si indica con una forza \vec{F} diretta verso il centro.

– **una componente giroscopica**, che è invece dipendente dalle condizioni dinamiche del punto considerato.

Se abbiamo la massa m_p in rotazione su se stessa con velocità angolare ω_p il momento angolare associato sarà :

$$\vec{L}_p = (\alpha \cdot m_p \cdot \omega_p) \vec{v}$$

con la costante α dipendente dalla forma.

Dato che la rotazione di una massa nello spazio rotante in cui si muove crea una perturbazione che si estende a tutto il volume di spazio compreso nel suo raggio d'azione, possiamo dire che gli effetti prodotti dal momento angolare \vec{L}_p vengono rilevati entro tutto il raggio d'azione della sfera planetaria con una intensità dipendente dalla distanza dal centro della sfera m_p .

Per ricavare la relazione che descrive questa dipendenza, ricordiamo che è stata ricavata, nella teoria degli spazi rotanti, la relazione che lega la carica elettrica alla massa :

$$q = \sqrt{\frac{r_1 \cdot m}{10^{-7}}} = \sqrt{\frac{K^2 \cdot m}{10^{-7} \cdot C_1^2}}$$

che per la materia ordinaria e le particelle elementari diventa :

$$Q_0 = 8,616413197 \cdot 10^{-11} m^{\frac{1}{2}} \cdot m \quad \text{materia ordinaria}$$

$$Q_e = 4,104562723 \cdot 10^9 m^{\frac{1}{2}} \cdot m \quad \text{particelle elementari}$$

$$Q_{pe} = 4,104562723 \cdot 10^9 m^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{m_p \cdot m_e} = 1,60217733 \cdot 10^{-19} c$$

con un rapporto :

$$\frac{Q_e}{Q_0} = 4,76365586 \cdot 10^{19}$$

Questa proporzionalità ci consente di utilizzare per il momento della quantità di moto il teorema della **circuitalità** di Ampère che si applica al momento magnetico.

Se indichiamo con p la grandezza con la quale vogliamo rappresentare gli effetti prodotti dal momento angolare alla distanza r dal centro della sfera M_p , introducendo una costante di proporzionalità β da definire, si ottiene :

$$p = \frac{\beta \cdot L_p}{r}$$

Essendo note tutte le caratteristiche di moto dei pianeti e satelliti presenti nel Sistema Solare, sarà possibile calcolare il momento angolare e magnetico di ciascuno di essi, in corrispondenza della superficie, con la relazione :

$$M_p = \sum m_i \cdot V_i \cdot R_i$$

considerando solo i satelliti di dimensioni maggiori, si ottengono i risultati che sono riportati in tabella, con la Terra assunta come riferimento.

pianeta	M_p ($K_g \cdot m$)	$\frac{M_p}{r_p}$ (K_g)	campo magnetico(G)	$\frac{M_p/r_p}{M_T/r_T}$
Mercurio	—	—	0,0035	0,01
Venere	—	—	0	0
Terra	$2,882 \cdot 10^{34}$	$4,519 \cdot 10^{27}$	$0,2 \div 0,5$	1
Marte	$2,103 \cdot 10^{32}$	$6,192 \cdot 10^{25}$		0,014
Giove	$44,846 \cdot 10^{35}$	$6,273 \cdot 10^{28}$	4,6	13,881
Saturno	$9,534 \cdot 10^{35}$	$1,582 \cdot 10^{28}$	0,4	3,501
Urano	$14,074 \cdot 10^{33}$	$5,506 \cdot 10^{26}$	$0,25 \div 0,65$	1,218
Nettuno	$33,974 \cdot 10^{33}$	$13,719 \cdot 10^{26}$	0,14	0,306
Plutone	$7,1075 \cdot 10^{30}$	$5,9477 \cdot 10^{24}$		0,00132
Sole	$3135,5 \cdot 10^{40}$	$4,505 \cdot 10^{34}$		10^7

Se per la Terra si assume per l'induzione magnetica il valore medio :

$$B_T = \frac{0,5 + 0,2}{2} = 0,35 \text{ G}$$

Dalla tabella si rileva un ottimo accordo tra i valori forniti dall'osservazione dei rapporti tra i campi magnetici rilevati sulla superficie dei pianeti e quello della Terra e gli analoghi rapporti teorici tra i momenti angolari.

Questo risultato ci porta a identificare l'azione del campo magnetico planetario con quella giroscopica che è stata analizzata.

Con questa identificazione (valida a meno di una costante, dal punto di vista quantitativo), si giustificano perfettamente anche le diverse situazioni che si presentano per ciascun pianeta.

Per interpretarle, riprendiamo l'espressione del momento della forza indotta dal principio di conservazione del momento angolare per $\mathcal{G} \rightarrow 0$:

$$F \cdot R = \frac{2}{5} \cdot m_p \cdot r_p^2 \cdot \omega_n \cdot [\omega_p - \omega_n]$$

- Nel caso di Mercurio, l'elevata eccentricità dell'orbita porta ad una rotazione non sincrona, con $\omega_p > \omega_n$ e quindi il secondo membro assume un valore diverso da zero.

Si presenta così un piccolo momento magnetico anche se non sono presenti satelliti (si tenga presente che ω_p supera di poco ω_n).

- Per il pianeta Venere, non avendo satelliti ed essendo l'orbita praticamente circolare, la rotazione è quasi sincrona, con $\omega_p \simeq \omega_n$ e quindi il secondo membro assume un valore trascurabile.

- Nei pianeti Urano, Nettuno e Plutone abbiamo un campo magnetico con una grande inclinazione rispetto all'asse di rotazione perchè viene indotto quasi interamente dal satellite di maggiori dimensioni, che è stato acquisito su una orbita iniziale molto inclinata rispetto al piano di rivoluzione.