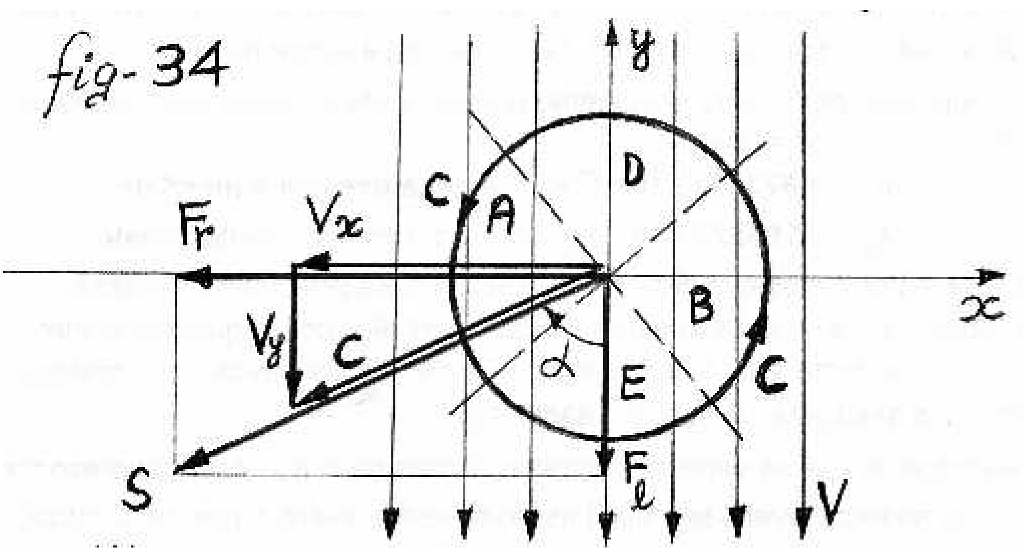
– **Effetti giroscopici su una sfera rotante**, **teoria dell'effetto Magnus**, **massa longitudinale e massa trasversale**,
Abbiamo visto che la presenza di materia può essere rilevata (**e dunque la materia esiste**) solo se si ha una velocità relativa tra l'aggregato considerato e lo spazio fisico circostante.

Ne deriva che il valore della massa inerziale m che si associa all'aggregato, qualunque sia il significato che le viene attribuito, dovrà necessariamente dipendere dalle sue condizioni di moto rispetto allo spazio fisico circostante.

Se prendiamo in considerazione una sfera rotante su se stessa con velocità periferica C_p , immersa in uno spazio fisico in moto relativo con velocità V , possiamo ricavare la relazione che lega la massa della sfera alle condizioni di moto, utilizzando l'effetto giroscopico al quale abbiamo già accennato, che si manifesta nel piano di rotazione.
Facciamo dunque riferimento alla situazione rappresentata in figura 34.



Come abbiamo visto, se la sfera rotante è libera di muoversi, si sposta nella direzione della spinta S, inclinata di un angolo α rispetto alla direzione della velocità V, con una velocità uguale a C.

In accordo con quanto abbiamo già visto, nasce una componente della forza F_r perpendicolare alla direzione della velocità di traslazione V

orientata dai punti con velocità relativa più alta (**settore B**) **verso quelli che hanno velocità relativa minore** (**settore A**).

Se dunque cambia il verso di rotazione della sfera, tale forza cambia verso.

Per una trattazione elementare semplificata, consideriamo la sfera costituita da quattro settori A, B, D, E che si muovono, rispetto ad un osservatore solidale con lo spazio fisico esterno.
Le velocità rilevate dall'osservatore risultano :

$$V_A = C + V \quad ; \quad V_B = C - V$$

$$V_D = \sqrt{C^2 - V^2} \quad ; \quad V_E = \sqrt{C^2 - V^2}$$

Le componenti della velocità nella direzione degli assi risultano :

$$V_Y = V \quad ; \qquad V_X = \sqrt{C^2 - V^2}$$

si ha quindi :

$$\textbf{sen}\ \alpha = \frac{V_X}{C} = \sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}$$

Se ora associamo a ciascun settore la massa m_A, m_B, m_D, m_E, essendo essi solidali tra loro, l'impulso da essi ricevuto sarà lo stesso e si avrà :

$$I = m_A \cdot \left(C + V\right) \qquad ; \qquad I = m_B \cdot \left(C - V\right)$$

$$I = m_D \cdot \sqrt{C^2 - V^2} \qquad ; \qquad I = m_E \cdot \sqrt{C^2 - V^2}$$

le masse che l'osservatore avverte nelle due direzioni **x** ed **y** saranno :

$$m_x = m_A + m_B = \frac{I}{C + V} + \frac{I}{C - V} = \frac{I \cdot 2 \cdot C}{C^2 - V^2}$$

128

$$m_y = m_D + m_E = \frac{I}{\sqrt{C^2 - V^2}} + \frac{I}{\sqrt{C^2 - V^2}} = \frac{2 \cdot I}{\sqrt{C^2 - V^2}}$$

Se poniamo $V = \mathbf{0}$ ed indichiamo con m_0 la massa della sfera in queste condizioni di moto (**massa a riposo**), si avrà :

$$m_x = m_y = m_0 = \frac{2 \cdot I}{C}$$

da cui si ottiene l'impulso (o quantità di moto) della sfera rotante su se stessa con velocità di traslazione nulla :

$$I = \frac{m_0 \cdot C}{2}$$

Si noti che lo stesso risultato si ottiene con l'integrale :

$$I = \int_0^m \mathbf{v \cdot dm} = \int_0^{r_s} \delta \cdot \omega \cdot r \cdot dr = \frac{\delta \cdot \omega}{2} \cdot r_s^2 = \frac{m_0 \cdot C}{2}$$

La velocità C coincide dunque con quella di rotazione della sfera, **che fornisce l'impulso iniziale**.

Sostituendo nelle espressioni delle masse, si ricava :

$$m_l = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} = \frac{m_0}{\text{sen}\alpha} \quad \text{nella direzione del moto}$$

$$m_t = \frac{m_0}{\left(1 - \frac{V^2}{C^2}\right)} = \frac{m_0}{\text{sen}^2\alpha} \quad \text{in direzione perpendicolare al moto}$$

Come si vedrà tra breve, avendo accettato il limite della velocità della luce, per le particelle elementari si ha : $C = C_l = \mathbf{299792{,}458}\ \frac{K_m}{sec}$.

Queste relazioni mettono in evidenza che la massa m di una sfera non ha un valore costante, ma dipende dalle caratteristiche del moto relativo rispetto allo spazio in cui essa si muove.

Del resto, il risultato risulta perfettamente in accordo con il fatto che proprio la velocità di scorrimento relativo consente alla materia organizzata di separarsi dallo spazio fisico e quindi di esistere.

In particolare, se la sfera ruota senza traslare rispetto allo spazio ($V = 0$), la sfera presenta lo stesso valore m_0 in tutte le direzioni e viene indicata come **massa a riposo**.

Se invece si sposta rispetto allo spazio con velocità relativa $V \neq 0$, non solo cambia il valore della **massa longitudinale** m_l nella direzione del moto, ma ancora di più aumenta la **massa trasversale** m_t che la sfera presenta lungo la direzione perpendicolare al moto, che coincide con quella lungo la quale si manifesta l'azione giroscopica.

Una ulteriore conferma che la materia viene originata dal moto relativo di un punto rispetto allo spazio fisico circostante, si può ottenere differenziando la espressione della massa trasversale, scritta nella forma :

$$m_t \cdot \left(1 - \frac{V^2}{C^2} \right) = m_0$$

differenziando, abbiamo :

$$dm_t \cdot \left(1 - \frac{V^2}{C^2} \right) - m_t \cdot \frac{2 \cdot V \cdot dV}{C^2} = 0$$

che si può scrivere :

$$C^2 \cdot dm_t = 2 \cdot VdV \cdot m_t + V^2 \cdot dm_t$$

ed in definitiva :

$$C^2 \cdot dm_t = d\left(V^2 \cdot m_t \right)$$

130

Se la massa m_0 si trova in moto rototraslatorio in uno spazio fisico rotante, la velocità radiale vale : $V_r = \sqrt{2} \cdot V$ e quindi, sostituendo, si ottiene :

$$C^2 \cdot dm_t = d\left[\left(\frac{V_r}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot m_t\right] = d\left(\frac{1}{2} m_t \cdot V_r^2\right) = dE$$

dove dE indica il differenziale dell'energia di legame tra sfera e spazio fisico rotante. Si ha infatti :

$$dE = F_r \cdot dR = m_t \cdot a_r \cdot dR = m_t \cdot \frac{dV_r}{dt} \cdot dR =$$

$$= m_t \cdot V_r \cdot dV_r = \frac{1}{2} \cdot m_t \cdot d\left(V_r^2\right)$$

Integrando e sostituendo $C = C_l$, si ha dunque la relazione fondamentale :

$$E = m_t \cdot C_l^2$$

nota come la relazione che stabilisce l'equivalenza tra massa ed energia. Ricordando ancora la relazione che lega lo spazio rotante alla massa :

$$K^2 = \beta_g \cdot m_t \quad \text{ovvero :} \quad d\left(K^2\right) = \beta_g \cdot dm_t$$

sostituendo, si ottiene : $dE = C_l^2 \cdot dm_t = \dfrac{C_l^2}{\beta_g} \cdot d\left(K^2\right)$

Questa relazione ci dice che, se abbiamo un aggregato al quale è associato lo spazio rotante K^2 , fornirgli energia, massa oppure spazio rotante, sono tutte operazioni equivalenti.

Per esempio, annullare lo spazio rotante K_p associato al protone, equivale a sottrargli l'energia :

$$E_p = \frac{C_l^2}{\beta_g} \cdot K_p^2 = \frac{\left(299792,458 \ \frac{K_m}{sec}\right)^2}{151,4172 \cdot 10^{27} \ \frac{m^3}{sec^2 \cdot K_g}} \cdot 253,2639 \ \frac{m^3}{sec^2} = \mathbf{938,27} \text{ MeV}$$

131

Se la massa m_0 si trova in moto rototraslatorio in uno spazio fisico rotante, la velocità radiale vale : $V_r = \sqrt{2} \cdot V$ e quindi, sostituendo, si ottiene :

$$C^2 \cdot dm_t = d\left[\left(\frac{V_r}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot m_t\right] = d\left(\frac{1}{2} m_t \cdot V_r^2\right) = dE$$

dove dE indica il differenziale dell'energia di legame tra sfera e spazio fisico rotante. Si ha infatti :

$$dE = F_r \cdot dR = m_t \cdot a_r \cdot dR = m_t \cdot \frac{dV_r}{dt} \cdot dR =$$

$$= m_t \cdot V_r \cdot dV_r = \frac{1}{2} \cdot m_t \cdot d\left(V_r^2\right)$$

Integrando e sostituendo $C = C_l$, si ha dunque la relazione fondamentale :

$$E = m_t \cdot C_l^2$$

nota come la relazione che stabilisce l'equivalenza tra massa ed energia.
Ricordando ancora la relazione che lega lo spazio rotante alla massa :

$$K^2 = \beta_g \cdot m_t \quad \text{ovvero :} \quad d\left(K^2\right) = \beta_g \cdot dm_t$$

sostituendo, si ottiene : $$dE = C_l^2 \cdot dm_t = \frac{C_l^2}{\beta_g} \cdot d\left(K^2\right)$$

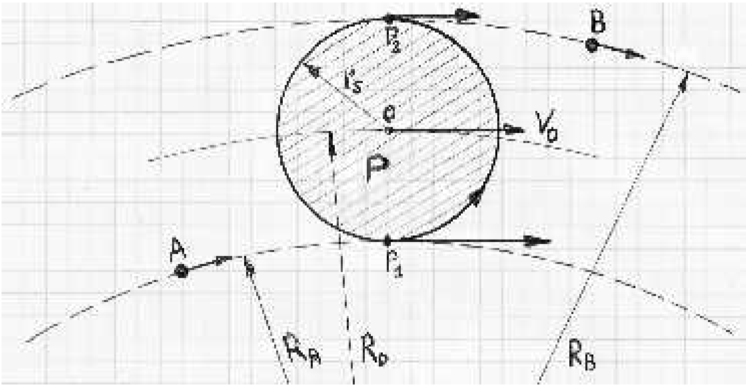
Questa relazione ci dice che, se abbiamo un aggregato al quale è associato lo spazio rotante K^2 , fornirgli energia, massa oppure spazio rotante, sono tutte operazioni equivalenti.

Per esempio, annullare lo spazio rotante K_p associato al protone, equivale a sottrargli l'energia :

$$E_p = \frac{C_l^2}{\beta_g} \cdot K_p^2 = \frac{\left(299792{,}458 \ \frac{K_m}{sec}\right)^2}{151{,}4172 \cdot 10^{27} \ \frac{m^3}{sec^2 \cdot K_g}} \cdot 253{,}2639 \ \frac{m^3}{sec^2} = \mathbf{938{,}27} \text{ MeV}$$

131

Se la sfera rotante considerata si muove in equilibrio sull'orbita di uno spazio rotante centrale K_s^2, la situazione che si presenta è quella schematizzata in figura.



La sfera materiale di raggio r_p , sull'orbita di raggio R_0 , si muove con una velocità orbitale media che si ricava dall'equazione fondamentale degli spazi rotanti e risulta :

$$V_0 = \left(\frac{K_s^2}{R_0} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Le velocità di equilibrio dei punti periferici P_1 e P_2 risultano invece :

$$V_1 = \left(\frac{K_s^2}{R_A} \right)^{\frac{1}{2}} > V_0 \quad ; \quad V_2 = \left(\frac{K_s^2}{R_B} \right)^{\frac{1}{2}} < V_0$$

Se $r_p << R_0$, possiamo comunque ritenere $V_1 = V_2 = V_0$.

Se ora consideriamo la sfera rotante nel verso antiorario, indicato in figura, la velocità del punto P_1 vale $V_1 = V_0 + C > V_0$ e quindi il punto P_1 tende a spostarsi verso l'esterno dello spazio rotante.
Il punto P_2 si muove invece con una velocità $V_2 = V_0 - C < V_0$ e quindi avrà tendenza a spostarsi sulle orbite più interne.

131a

Sulla sfera nasce così una coppia motrice che tende a portare l'asse di rotazione parallelo a quello di rivoluzione " **con il verso di rotazione concorde con quello di rivoluzione** ".

Con versi di rotazione concordi il punto P_1 tende a spostarsi verso l'interno, mentre P_2 verso l'esterno e quindi **la configurazione si presenta stabile**.

Il discorso che abbiamo fatto si può applicare a qualsiasi sfera rotante, anche ad una sola particella elementare o un solo atomo.

Se, in particolare, abbiamo una sfera materiale di **dimensioni apprezzabili**, formata quindi da tanti **atomi rotanti su se stessi con orientamento nello spazio assolutamente casuale**, dato l'enorme numero di atomi, in queste condizioni, per la sfera, tutte le direzioni sono equivalenti.

In presenza dello spazio rotante, la sua azione sulla sfera è tale da orientare i suoi atomi tutti nello stesso verso di rotazione, con assi paralleli.
L'effetto Magnus che abbiamo analizzato si presenta dunque concorde e si manifesta sulla sfera con una spinta complessiva in una sola direzione.

131b