– La rotazione sincrona è condizione necessaria per avere l'equilibrio stabile dei satelliti del Sistema Solare

L'espressione dell'accelerazione che la sfera planetaria esercita sui punti B e D dello spazio fisico circostante, ci consente di calcolare il limite assoluto entro il quale è possibile rilevare gli effetti dell'azione attrattiva che esercita lo spazio rotante K_p^2.

Ponendo $a_{PD} = 0$, si ottiene :
$$\frac{1}{4} \cdot \frac{K_S^2}{K_P^2} \cdot \left(\frac{r_{Pmax}}{R_P} \right)^3 - 1 = 0$$

da cui :

$$r_{Pmax} = \left(4 \cdot \frac{K_P^2}{K_S^2} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot R_p$$

Osservando la figura 18, si vede che gli spazi rotanti solare e planetario, K_s^2 e K_p^2, lungo la congiungente, dove l'azione solare è massima, impongono alla generica orbita di raggio r una rotazione in versi opposti ed il valore r_{Pmax} corrisponde a quello in corrispondenza del quale la velocità di rivoluzione imposta dallo spazio rotante K_p^2 risulta uguale ed opposta alla velocità di scorrimento imposta da K_s^2.

Si ha infatti :
$$\left(\frac{K_P^2}{r_{Pmax}} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{K_S}{2 \cdot R_P^{\frac{3}{2}}} \cdot r_{pmax}$$

da cui si ricava l'espressiomne di r_{pmax}.

Per i punti che si trovano alla distanza r_{Pmax} dal centro della sfera planetaria, la velocità di rivoluzione attorno al centro P viene annullata dalla velocità di scorrimento imposta dallo spazio rotante centrale K_s^2 e dunque conservano, nel tempo, un orientamento costante rispetto al punto P.

Partendo da questa condizione, con i punti B e D, "fermi sulla congiungente"

SP, un loro accostamento al centro P comporta una variazione della velocità relativa di scorrimento rispetto a P, secondo la relazione :

$$\Delta V_s = - \frac{K_S}{2 \cdot R_P^{\frac{3}{2}}} \cdot \Delta r$$

che produce nei punti che si trovano sull'orbita una rotazione nel verso orario, concorde con quello imposto dallo spazio rotante K_P^2.

Anche la velocità di rotazione imposta da K_P^2 varia secondo la nota relazione $V^2 = \frac{K_P^2}{r}$ che, differenziata, fornisce : $\Delta V_P = - \frac{K_P}{2 \cdot r^{\frac{3}{2}}} \cdot \Delta r$.

Dovendo Δr verificate entrambe le relazioni, **l'equilibrio sarà stabile solo nei punti in corrispondenza dei quali si verifica** $\Delta V_S = \Delta V_p$.

Si ricava così il valore del raggio r_p della sfera planetaria che consente allo spazio rotante K_p^2 di muoversi in equilibrio all'interno di K_S^2.
Poniamo dunque :

$$\frac{K_S}{2 \cdot R_P^{\frac{3}{2}}} = \frac{K_P}{2 \cdot r_P^{\frac{3}{2}}}$$

da cui si ottiene la relazione fondamentale :

$$r_P = \left(\frac{K_P^2}{K_S^2} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot R_P = \left(\frac{m_p}{m_S} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot R_p$$

Dunque, la sfera di raggio r_{Pmax} , con orientamento fisso nello spazio, non è stabile e si riduce a quella di raggio r_P alla quale viene impresso da K_p^2 un moto di rotazione su se stessa con periodo :

$$T_P = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_p}{v_p} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_P}{\left(\frac{K_P^2}{r_P} \right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_P^{\frac{3}{2}}}{K_P} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_P^{\frac{3}{2}}}{K_S} =$$

$$= \frac{2 \cdot \pi \cdot R_P}{\left(\frac{K_S^2}{R_P} \right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_p}{V_n} = T_n = \textbf{periodo di rivoluzione}$$

La condizione di equilibrio prevede dunque che lo spazio rotante K_p^2 abbia, attraverso la sfera planetaria r_p , una "**rotazione sincrona**" con periodo di rotazione T_p uguale a quello di rivoluzione T_n.

Questa situazione tendenziale si verifica realmente su quasi tutti i satelliti del Sistema Solare.

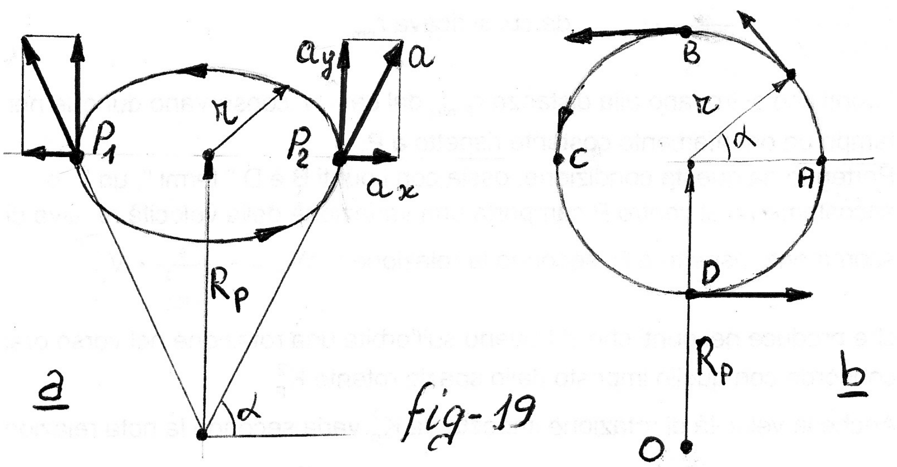


fig-19

Consideriamo, a questo punto, le azioni che vengono esercitate dallo spazio rotante centrale su un sistema esteso, non necessariamente sferico, rotante su se stesso, di cui, per semplicità, prendiamo in esame solo due punti P_1 e P_2 diametralmente opposti, come in figura 19.

Su ciascun punto rotante il centro O imprime in ogni istante l'accelerazione :

$$a = \left(\frac{v_r^2}{R} - \frac{K^2}{R^2} \right)$$

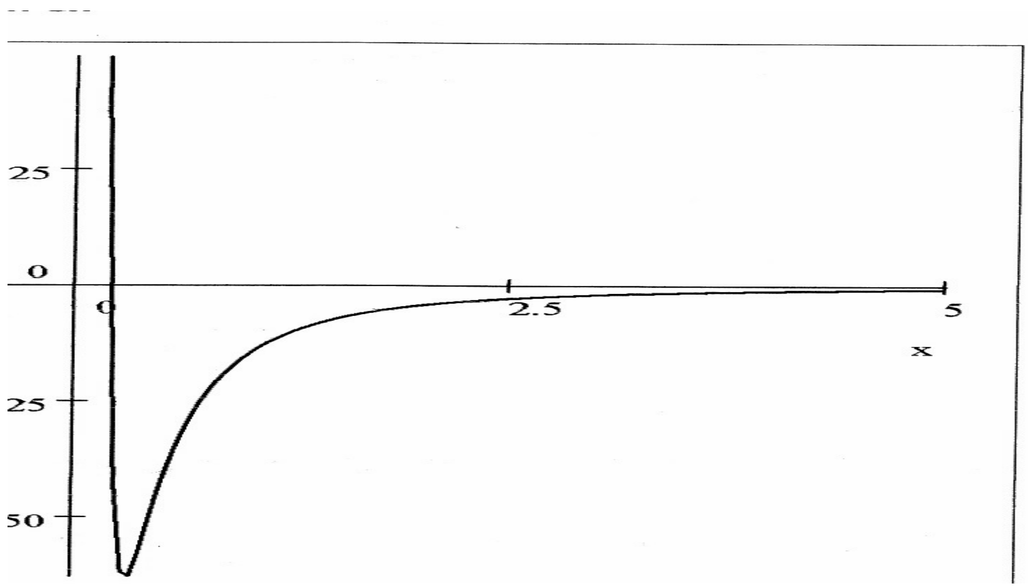
che si può anche scrivere :

$$a = \frac{1}{R^2} \cdot \left(v_r^2 \cdot R - K^2 \right)$$

Ponendo $a = 0$ si ricava la condizione di equilibrio : $R = \dfrac{K^2}{v_r^2}$.

Per avere un'orbita stabile è però necessario che il sistema sia retroazionato negativamente, in modo che ad un aumento del raggio R corrisponda una riduzione dell'accelerazione centrifuga a .

Derivando l'espressione di a , si ricava l'andamento indicato in figura.



analiticamente, si ottiene :

$$\frac{da}{dR} = \frac{1}{R^3} \cdot \left(2 \cdot K^2 - v_r^2 \cdot R\right)$$

ponendo $\frac{da}{dR} = 0$, si ricava il valore minimo del raggio necessario per avere un'orbita stabile ; si ottiene così : $R_{min} = \frac{2 \cdot K^2}{v_r^2}$.

Per $R < R_{min}$ non si hanno orbite stabili in quanto, fissata la velocità $\mathbf{v_r}$, ad una variazione del valore del raggio corrisponde una variazione dello stesso segno dell'accelerazione centrifuga.

Per ogni valore del raggio R esiste un valore minimo della velocità capace di rendere stabile l'orbita.

Se, per esempio, il sistema rotante rappresentato in figura $19a$ si trova sulla superficie terrestre, la rotazione potrà essere stabile con l'orbita indicata solo se la velocità di rotazione risulta :

$$\mathbf{v_r} \geq \left(\frac{2 \cdot K_T^2}{r_T}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{2 \cdot 398754 \frac{K_m^3}{\sec^2}}{6378\ K_m}\right)^{\frac{1}{2}} = \mathbf{11,182}\ \frac{K_m}{\sec}$$

coincidente con la velocità di fuga .

Se la velocità di rotazione è minore del valore minimo, la configurazione di figura **19***a* non è stabile ed evolve rapidamente come è indicato nella figura **19***b*.

Essendo le velocità di rotazione generalmente piuttosto basse, **tutti i sistemi di spazi rotanti interagenti avranno sempre tendenza ad assumere la configurazione di equilibrio con il piano di rotazione coincidente con quello di rivoluzione**.

Del resto, la tendenza al parallelismo degli assi di rotazione e di rivoluzione è un dato verificato in tutte le osservazioni astronomiche e non solo.

Con la disposizione di figura $19b$, la componente dell'accelerazione dovuta al moto di rotazione non si mantiene costante su tutta la traiettoria, ma varia secondo la relazione :

$$a = \frac{\left(v_r \cdot \cos\beta \right)^2}{R}$$

con qualche semplice sostituzione, si ottiene :

$$a = \frac{v_r^2}{R} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \cos 2\beta\right) .$$

Essa risulta dunque variabile con periodo avente valore pari a metà di quello di rotazione di P_1 e P_2.

Alla componente sinusoidale dell'accelerazione si associa una oscillazione dell'asse di rotazione con lo stesso periodo.

Le situazioni che sono state descritte risultano, praticamente tutte, in perfetto accordo con le osservazioni astronomiche.

Bisogna ancora osservare che il fatto che venga verificata oppure no la quantizzazione delle orbite planetarie, ci fornisce anche indicazioni sul meccanismo di formazione degli aggregati.

Secondo i risultati che abbiamo ottenuto, il loro posizionamento e la loro crescita devono infatti avvenire certamente utilizzando i materiali provenienti dallo spazio rotante di ordine superiore e comunque dal confine dello spazio rotante considerato.

Solo così è imposta la quantizzazione, mentre con una esplosione nel centro si possono ottenere detriti stabili in qualsiasi posizione, secondo la relazione $V^2 \cdot R = K^2$, senza alcuna condizione.