## – Moto di precessione del sistema solare, del perielio e degli equinozi

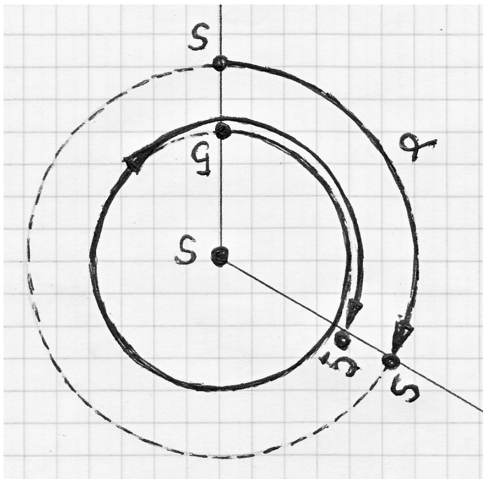
Nel paragrafo precedente è stato dimostrato che il Sole si trova in equilibrio sull'orbita del sistema stellare locale associata al numero quantico $n_0 = 11$ , con le seguenti caratteristiche orbitali :

$$R_{0S} = 27,11 \text{ al} = 256,46 \cdot 10^{12} \text{ Km}$$

$$V_{0S} = 988,7 \frac{\text{Km}}{\text{sec}} \quad ; \quad T_{0S} = 51784 \text{ a}$$

A questo moto rotorivoluente del Sole dobbiamo aggiungere sua la rotazione attorno al baricentro del Sistema Solare.

Per quanto riguarda quest'ultima componente, prendiamo in considerazione solo l'influenza, minimamente significativa, dovuta ai due pianeti di maggiori dimensioni, **Giove** e **Saturno**.




Con riferimento alla figura, il periodo di rivoluzione, attorno al centro di massa, impresso al Sole dai due pianeti si ricava uguagliando l'angolo $\alpha$ che viene da essi percorso nello stesso tempo.
Con ovvio significato dei simboli, si ha :

$$\alpha_S = \frac{V_s}{R_s} \cdot T \quad ; \quad \alpha_G = \frac{V_G \cdot (T - T_G)}{R_G}$$

con $\alpha_S = \alpha_G$ si ricava :

$$T_{GS} = \frac{T_G}{1 - \dfrac{V_S \cdot R_G}{V_G \cdot R_S}} = 19,842 \text{ a} \simeq 20 \text{ anni}$$

E' chiaro che tutto ciò che è solidale con il Sole sarà assoggettato agli stessi movimenti con l'aggiunta del moto proprio di rivoluzione.

Abbiamo visto che questo moto di rivoluzione genera, sulla massa in orbita, un'accelerazione radiale di frequenza doppia di quella di rivoluzione, e quindi di periodo metà.

Ne deriva che, se indichiamo con $T_n$ il periodo di rivoluzione del pianeta nel Sistema Solare, queste componenti periodiche dell'accelerazione radiale produrranno una oscillazione dell'asse di rotazione, il quale descrive così un cono detto di " **precessione degli equinozi** " , che presenta le periodicità seguenti, con ampiezza decrescente nell'ordine indicato :

$$T_{Pr} = \left( \frac{T_{0S}}{2} \; ; \; \frac{T_{GS}}{2} \; ; \; \frac{T_n}{2} \right)$$

Nel caso della Terra, sostituendo i valori numerici, si ottiene :

$$T_{Pr} = \left(25892 \text{ anni} \; - \; 10 \text{ anni} \; - \; 6 \text{ mesi}\right)$$

dove le due ultime oscillazioni sono appena percettibili, per cui normalmente vengono trascurate.

La precessione degli equinozi annuale della Terra risulta dunque :

$$\alpha_{Pr} = \frac{360° \cdot 3600''}{25892 \text{ a}} = 50,05 \; \frac{'' \text{ d'arco}}{\text{anno}}$$

**Questo risultato risulta perfettamente coincidente con quello fornito dall'osservazione astronomica**.

Una ulteriore conferma dell'esistenza di questo moto del Sole si ottiene con il calcolo del momento angolare solare ad esso associato, che risulta uguale a quello complessivo dei pianeti in orbita.

Un altro effetto legato a questo moto del Sole è il suo spostamento rispetto a un punto fisso preso come riferimento.
Noto il periodo di rivoluzione $T_{0S}$ , la **precessione annuale solare** sarà :

$$\alpha_S = \frac{360° \cdot 3600''}{51784 \text{ a}} = 25,027 \ \frac{''\text{ d'arco}}{\text{anno}}$$

e quella secolare : $$\alpha_{SS} = 2502,7 \ \frac{''\text{ d'arco}}{100 \text{ anni}}$$

E' chiaro che tutto ciò che si muove con il Sole subirà lo stesso spostamento. Normalmente, lo spostamento si riferisce alla singola orbita e viene misurato in corrispondenza del perielio.

Si parla così di " **precessione del perielio** " e rappresenta lo spostamento che si osserva tra due perieli consecutivi, che dipenderà, naturalmente, dal numero di orbite che vengono percorse in un anno ; sarà dunque :

$$\alpha_P = \alpha_{SS} \cdot \frac{365,256363 \text{ giorni}}{T_n(\text{giorni})}$$

Dato che i rilievi vengono fatti in genere osservando la radiazione emessa da un atomo posto sulla superficie del pianeta, a questo valore si deve sommare la variazione di frequenza dovuta all'azione dello **spazio rotante solare** sulla radiazione emessa.

Se, per esempio, osserviamo l'orbita di un pianeta del Sistema Solare, con perielio $R_P$ ed afelio $R_A$, fissato il fotone da utilizzare per la misurazione, tra i due punti verrà osservata una differenza di frequenza complessiva :

$$\Delta\nu = \Delta\nu(A) - \Delta\nu(P) = \nu_\infty \cdot \left( \frac{r_{1s}}{R_A} - \frac{r_{1s}}{R_P} \right)$$

Che si può anche scrivere :

$$\frac{\Delta T}{T} = - \frac{K_s^2}{C_l^2} \cdot \left( \frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_P} \right) = \frac{K_s^2}{C_l^2} \cdot \left( \frac{R_A - R_P}{R_A \cdot R_P} \right) =$$

$$= \frac{K_s^2}{C_l^2} \cdot \left( \frac{R_A - R_P}{R^2 \cdot \left(1 - e^2\right)} \right)$$

dove $R$ rappresenta il semiasse maggiore ed $e$ l'eccentricità dell'orbita.
La stessa relazione si può ottenere considerando **un orologio** posto in punti diversi dello spazio rotante.

Invece di spostare l'orologio, senza modificare il problema, consideriamo due orologi identici, aventi massa di riposo $m_0$, posti in due punti ad una distanza dal centro $R_A$ ed $R_B$ . Assumiamo $R_B$ come potenziale di riferimento.
Noi, che facciamo i rilievi, ci troviamo fuori dallo spazio rotante, e quindi non siamo da esso influenzati ; **siamo cioè osservatori inerziali**.

Per effettuare le misurazioni da vicino, senza perdere la nostra condizione di osservatori privilegiati ci mettiamo in caduta libera, affiancando i due orologi, prima A e poi B.

Indicando il fattore di dilatazione delle masse con $\beta = \left( \sqrt{1 - \frac{V^2}{C_l^2}} \right)^{-1}$

quando passiamo **vicino all'orologio A** , la nostra energia da esso rilevata

sarà : $$E_A(o) = \beta_{OA} \cdot \left( m_0 \cdot C_l^2 - \frac{K_s^2}{R_A} \cdot m_0 \right)$$

quando passiamo **vicino all'orologio B** , la nostra energia da esso rilevata

sarà : $$E_B(o) = \beta_{OB} \cdot \left( m_0 \cdot C_l^2 - \frac{K_s^2}{R_B} \cdot m_0 \right)$$

**279a**

Per il principio di conservazione dell'energia, dovrà essere :

$$E_A(O) = E_B(O)$$

e quindi, si ha :

$$\beta_{OB} = \beta_{OA} + \frac{K_s^2}{C_l^2} \cdot \beta_{OA} \cdot \left( \frac{\frac{\beta_{OB}}{\beta_{OA}}}{R_B} - \frac{1}{R_A} \right)$$

con l'approssimazione $\frac{\beta_{OB}}{\beta_{OA}} \simeq 1$ si può scrivere :

$$\beta_{OB} = \left( 1 + \frac{K_s^2}{C_l^2} \cdot \frac{R_A - R_B}{R_A \cdot R_B} \right) \cdot \beta_{OA}$$

Se ora consideriamo la dilatazione del periodo di B rispetto a quello rilevato da noi, osservatori inerziali, avremo : $T_B = \beta_{OB} \cdot T_O$

e quindi : $T_B = \left( 1 + \frac{K_s^2}{C_l^2} \cdot \frac{R_B - R_A}{R_A \cdot R_B} \right) \cdot \beta_{OA} \cdot T_O$ ossia :

$$T_B = \left( 1 + \frac{K_s^2}{C_l^2} \cdot \frac{R_A - R_B}{R_A \cdot R_B} \right) \cdot T_A$$

che si può anche scrivere :

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{K_s^2}{C_l^2} \cdot \frac{R_A - R_B}{R_A \cdot R_B}$$

La relazione mette in evidenza la dilatazione temporale, molto più intensa su B che su A .
E' importante notare che la stessa relazione è stata ricavata una prima volta **applicando al fotone**, **in equilibrio nello spazio rotante**, **solo il principio**

**279b**

**di conservazione dell'energia**, senza considerare alcun effetto relativistico e la seconda volta **considerando**, **nelle stesse condizioni**, **anche l'effetto relativistico della dilatazione dei tempi**.
Questo vuol dire che **la dilatazione temporale prevista dalla teoria della relatività non è una realtà fisica**, ma solo un fatto rilevato dagli strumenti di misura, che forniscono un valore diverso da quello **rilevato dallo strumento campione**, che viene conservato in condizioni immutabili.

Illuminante, in questo senso, è la simmetria che si evidenzia **nel paradosso dei gemelli**, dove ciascuno di essi vede l'altro più giovane, per una diversa valutazione del tempo.

Nel calcolo che abbiamo eseguito **l'unico fatto reale** è dato dal fotone che, dovendo rispettare il principio di conservazione dell'energia, **se aumenta la energia potenziale**, **deve diminuire l'energia ad esso associata**, con l'unico modo possibile, **variando la frequenza** e questa variazione viene da noi rilevata.

Il tempo come variabile indipendente non c'entra assolutamente nulla con ciò che misuriamo.
A conferma di quanto abbiamo affermato, rileviamo che, se invece del fotone, abbiamo materia ordinaria, dotata di massa di riposo, capace di modificare quindi la sua energia variando la velocità, " **gli effetti prodotti dallo spazio rotante sulla massa sono diversi e distinti da quelli che comunque si manifestano su un fotone posto sulla sua superficie** ".

Consideriamo, per esempio, un pianeta in orbita nello spazio rotante solare, su un'orbita circolare.
La sua energia cinetica uguaglia quella potenziale ed è in equilibrio secondo

la relazione :

$$\frac{1}{2} \cdot m_0 \cdot V_{eq}^2 - \frac{K_s^2}{R_P} \cdot m_0 = 0$$

L'orbita viene percorsa in un periodo di tempo :

$$T_P = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_P}{V_{eq}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_P^{\frac{3}{2}}}{\left(K_s^2\right)^{\frac{1}{2}}}$$

**279c**

che, differnziato fornisce : $$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta R}{R_P}$$

Dato che **la massa $m_0$ nella condizione di equilibrio si elimina**, le stesse relazioni debbono essere verificate anche da una massa $m \rightarrow 0$.

Se abbiamo un fotone "**solidale con $m_0$**", per poter soddisfare il principio di conservazione dell'energia, passando da $R \rightarrow \infty$ a $R_P$, deve variare il suo periodo di oscillazione secondo la relazione :

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{r_{1s}}{R_P}$$

Come si vede, la variazione **relativa del periodo** di oscillazione presenta un andamento analogo a quello ricavato per la massa $\mathbf{m_0}$, ridotto di un fattore $r_{1s}/R_P$ uguale a quello di espansione della materia, per poter passare dalla condizione di particella elementare a materia ordinaria.

In altre parole, **se comprimiamo lo spazio rotante** $K_s^2$ dal valore $R_P$ a $r_{1s}$, esso diventa uguale a quello associato a una particella elementare e il fotone si comporta come la massa $\mathbf{m_0}$.
Se ora la massa $\mathbf{m_0}$, con il fotone a bordo, si trasferisce sull'orbita di raggio $R_A$, il discorso si ripete identicamente, con valori diversi.

Per chiarire quanto abbiamo detto, consideriamo la massa $\mathbf{m_0}$ coincidente con un pianeta del sistema Solare.
**Al perielio** il fotone emesso presenta una variazione del periodo

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{r_{1s}}{R_P}$$

Per riferirla ad un anno invece che a un periodo, moltiplichiamo per il numero

di periodi contenuti in un anno : $$\frac{365,256363 \text{ giorni}}{T_{P(\text{giorni})}}$$

**279d**

Per esprimerlo in secondi d'arco, moltiplichiamo ancora per : $\frac{360}{2 \cdot \pi} \cdot 3600$

Si avrà quindi :

$$\frac{\Delta\varphi}{2 \cdot \pi} = \frac{K_s^2}{C_l^2} \cdot \frac{1}{R_P} \cdot \frac{360}{2 \cdot \pi} \cdot 3600 \cdot \frac{365,256363 \text{ giorni}}{T_P(\text{giorni})}$$

moltiplicando ancora per $100$ , si ricava $\Delta\varphi$ in secondi d'arco per secolo :

$$\Delta\varphi_P = \frac{K_s^2}{C_l^2} \cdot \frac{4.73372 \cdot 10^{10}}{R_P \cdot T_P(\text{giorni})} \left(\frac{\text{'' d'arco}}{\text{100 anni}}\right)$$

lo scorrimento del segnale all'afelio sarà :

$$\Delta\varphi_A = \frac{K_s^2}{C_l^2} \cdot \frac{4.73372 \cdot 10^{10}}{R_A \cdot T_A(\text{giorni})} \left(\frac{\text{'' d'arco}}{\text{100 anni}}\right)$$

lo scorrimento del perielio rispetto all'afelio risulta :

$$\Delta\varphi_{PA} = \frac{K_s^2 \cdot 4.73372 \cdot 10^{10}}{C_l^2} \cdot \left(\frac{1}{R_P \cdot T_P} - \frac{1}{R_A \cdot T_A}\right)$$

Quello complessivo sarà :

$$\varphi_P = \frac{K_s^2 \cdot 4.73372 \cdot 10^{10}}{C_l^2} \cdot \left(\frac{2}{R_P \cdot T_P} - \frac{1}{R_A \cdot T_A}\right)$$

I periodi $T_P$ e $T_A$ si calcolano utilizzando la velocità areolare, che si mantiene costante. Si avrà :

$$V_a = \frac{C}{2} \simeq \frac{\pi \cdot R^2}{T}$$

Se consideriamo, per esempio, il pianeta **Mercurio**, che presenta entrambi i contributi elevati, si ha :

**279e**

$$V_a = \frac{\mathbf{C}}{\mathbf{2}} \simeq \frac{\mathbf{0.2710 \cdot 10^{10}} \ \frac{Km^2}{sec}}{\mathbf{2}} = \mathbf{0.1355 \cdot 10^{10}} \ \frac{Km^2}{sec}$$

Si ricavano così : $T_P = \dfrac{\pi \cdot R_P^2}{V_a} = \mathbf{56.5356}$ g ; $T_A = \mathbf{130.3654}$ g

si ha quindi :

$$\Delta\varphi_P = \frac{K_s^2}{C_l^2} \cdot \frac{\mathbf{4.73372 \cdot 10^{10}}}{R_P \cdot T_{P(\text{giorni})}} \left( \frac{\text{'' d'arco}}{\text{100 anni}} \right) = \mathbf{26.9388} \left( \frac{\text{'' d'arco}}{\text{100 anni}} \right)$$

$$\Delta\varphi_{PA} = \frac{K_s^2 \cdot 4.73372 \cdot 10^{10}}{C_l^2} \cdot \left( \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{R_P \cdot T_P}} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{R_A \cdot T_A}} \right) = \mathbf{19.2454} \left( \frac{\text{'' d'arco}}{\text{100 anni}} \right)$$

complessivamente :

$$\varphi_P = \Delta\varphi_P + \Delta\varphi_{PA} = \mathbf{46.1842} \left( \frac{\text{'' d'arco}}{\text{100 anni}} \right)$$

Ricordiamo ancora che questi scorrimenti riguardano **i segnali** emessi sotto l'influenza dello spazio rotante solare rispetto a quelli che avremmo se questa influenza non ci fosse, ma non hanno nulla in comune con il moto del pianeta.

**279f**