Cap.8 – comete, Asteroidi e pianeti del Sistema Solare

Secondo la teoria generale degli spazi rotanti, ciascuna falda spaziale viene individuata associando un numero quantico n e tutte le orbite che in essa si sviluppano sono caratterizzate dalla stessa velocità areolare e dunque dallo stesso valore della costante C_n data da :

$$C_n = 2 \cdot V_a = \frac{C_1}{n} = 2{,}7118 \cdot 10^{10}\ \frac{K_m^2}{sec} \cdot \frac{1}{n}\ .$$

Esaminiamo dettagliatamente tutte le falde presenti nel Sistema Solare.

1 – $n = 12$ si ricava :

$$C_{12} = \frac{C_1}{12} = 0{,}2260 \cdot 10^{10}\ \frac{K_m^2}{sec}\ .$$

Il corpo che si avvicina di più al Sole è **3200 Phaethon** il quale presenta le caratteristiche orbitali seguenti, fornite dall'osservazione :

periodo di rivoluzione : $T_{Ph} = 523{,}5806$ g

semiasse maggiore : $a = 190{,}193 \cdot 10^6\ K_m$

eccentricità dell'orbita : $e = 0{,}890025$

La velocità areolare osservata risulta :

$$V_{as} = \frac{\pi \cdot a^2 \cdot \sqrt{1 - e^2}}{T_{Ph}} = 0{,}114 \cdot 10^{10}\ \frac{K_m^2}{sec}$$

Teoricamente si ottiene :

$$V_a = \frac{C_{12}}{2} = 0{,}113 \cdot 10^{10} \ \frac{K_m^2}{sec}$$

I due valori sono in ottimo accordo, per cui possiamo certamente ritenere che l'asteroide sia in moto sulla falda associata a $n = \mathbf{12}$.

il semiasse minore teorico risulta : $$b = \frac{V_a \cdot T_{Ph}}{\pi \cdot a} = 85{,}552 \cdot 10^6 \ K_m$$

Si ricava dunque : $$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = 0{,}8931$$

perielio : $$P = a \cdot \left(1 - e\right) = 20{,}356 \cdot 10^6 \ K_m$$

afelio : $$A = P \cdot \frac{1+e}{1-e} = 360{,}13 \cdot 10^6 \ K_m$$

velocità orbitale media : $$V_{Ph} = \frac{2 \cdot \pi \cdot a}{T_{Ph}} = 26{,}416 \ \frac{K_m}{sec}$$

I valori teorici associati all'orbita circolare stabile di raggio minimo valgono :

$$R_{n12} = a \cdot \left(1 - e^2\right) = 38{,}524 \cdot 10^6 \ K_m$$

$$\simeq \frac{R_1}{12^2} = \frac{5536 \cdot 10^6 K_m}{12^2} = 38{,}445 \cdot 10^6 \ K_m$$

$$V_{n12} = \frac{V_{Ph}}{\sqrt{1 - e^2}} = 58{,}697 \ \frac{K_m}{sec}$$

$$\simeq V_1 \cdot 12 = 4{,}895 \ \frac{K_m}{sec} \cdot 12 = 58{,}74 \ \frac{K_m}{sec}$$

282

$$T_{n12} = T_{Ph} \cdot \left(1 - e^2\right)^{\frac{3}{2}} = \mathbf{47,729}\ \text{g}$$

$$\simeq \frac{T_1}{12^3} = \frac{82257\ \text{g}}{12^3} = \mathbf{47,603}\ \text{g}$$

I valori teorici ottenuti sono molto prossimi a quelli sperimentali.

Notiamo che l'afelio $A = \mathbf{360,13 \cdot 10^6}\ K_m$ è praticamente coincidente con la orbita della fascia degli asteroidi di raggio : $R_{n4} = \mathbf{346,0 \cdot 10^6}\ K_m$.

$2 - n = 11$ si ha : $$C_{11} = \frac{C_1}{11} = 0,2465 \cdot 10^{10}\ \frac{K_m^2}{\text{sec}}$$

su questa falda troviamo l'asteroide **1566 Icaro** il quale presenta le seguenti caratteristiche orbitali :

periodo di rivoluzione : $T_{Ic} = \mathbf{409,9423}\ \text{g}$

semiasse maggiore : $a = \mathbf{161,568 \cdot 10^6}\ K_m$.

eccentricità dell'orbita : $e = \mathbf{0,8465}$

La velocità areolare risulta :

$$V_{as} = \frac{\pi \cdot a^2 \cdot \sqrt{1 - e^2}}{T_{Ic}} = \mathbf{0,12327 \cdot 10^{10}}\ \frac{K_m^2}{\text{sec}}$$

La velocità areolare teorica vale : $$V_a = \frac{C_{11}}{2} = \mathbf{0,12325 \cdot 10^{10}}\ \frac{K_m^2}{\text{sec}}$$

il semiasse minore teorico risulta : $$b = \frac{V_a \cdot T_{Ic}}{\pi \cdot a} = \mathbf{86,004 \cdot 10^6}\ K_m$$

Si ricava dunque :

283

eccentricità dell'orbita : $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \mathbf{0,8465}$

perielio : $P = a \cdot \left(1 - e\right) = \mathbf{24,8007 \cdot 10^6}\ K_m$

afelio : $A = P \cdot \frac{1 + e}{1 - e} = \mathbf{298,335 \cdot 10^6}\ K_m$

velocità orbitale media : $V_{Ic} = \frac{2 \cdot \pi \cdot a}{T_{Ic}} = \mathbf{28,6615}\ \frac{K_m}{sec}$

i valori associati all'orbita circolare stabile di raggio minimo saranno :

$$R_{n11} = a \cdot \left(1 - e^2\right) = \mathbf{45,794 \cdot 10^6}\ K_m$$

$$\simeq \frac{R_1}{11^2} = \frac{5536 \cdot 10^6 K_m}{11^2} = \mathbf{45,752 \cdot 10^6}\ K_m$$

$$V_{n11} = \frac{V_{Ic}}{\sqrt{1 - e^2}} = \mathbf{53,836}\ \frac{K_m}{sec}$$

$$\simeq V_1 \cdot 11 = 4,895\ \frac{K_m}{sec} \cdot 12 = \mathbf{53,845}\ \frac{K_m}{sec}$$

$$T_{n11} = T_{Ic} \cdot \left(1 - e^2\right)^{\frac{3}{2}} = \mathbf{61,859}\ g$$

$$\simeq \frac{T_1}{11^3} = \frac{82257\ g}{11^3} = \mathbf{61,801}\ g$$

Anche in questo caso si ha un'ottima coincidenza tra i valori teorici e quelli sperimentali.

L'afelio dell'asteroice **1566 Icaro** si colloca sempre nella fascia dei pianetini verso la falda estrema secondaria associata a $n = 4 \cdot \sqrt{\frac{4}{3}}$ di raggio minimo:

284

$$R_{n\left(4\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = \frac{R_1}{\left(4\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)^2} = \mathbf{259{,}5 \cdot 10^6}\ K_m.$$

$3 - n = 10$ si ricava : $$C_{10} = \frac{C_1}{\mathbf{10}} = 0{,}27118 \cdot 10^{10}\ \frac{K_m^2}{sec}$$

su questa falda troviamo il pianeta **Mercurio** con le seguenti caratteristiche :

periodo di rivoluzione : $T_{Me} = \mathbf{87{,}96935}$ g

semiasse maggiore : $a = \mathbf{57{,}90918 \cdot 10^6}\ K_m$,

eccentricità dell'orbita : $e = \mathbf{0{,}205638}$

la velocità areolare teorica risulta : $$V_a = \frac{C_{10}}{\mathbf{2}} = \mathbf{0{,}13559}\ \frac{K_m^2}{sec}$$

i valori associati all'orbita circolare stabile di raggio minimo saranno :

$$R_{n10} = a \cdot \left(1 - e^2\right) = \mathbf{55{,}460 \cdot 10^6}\ K_m$$

$$\simeq \frac{R_1}{\mathbf{10^2}} = \frac{5536 \cdot 10^6 K_m}{10^2} = \mathbf{55{,}36 \cdot 10^6}\ K_m$$

$$V_{n10} = \frac{V_{Me}}{\sqrt{1 - e^2}} = \mathbf{48{,}394}\ \frac{K_m}{sec}$$

$$\simeq V_1 \cdot \mathbf{10} = 4{,}895\ \frac{K_m}{sec} \cdot 10 = \mathbf{48{,}95}\ \frac{K_m}{sec}$$

$$T_{n10} = T_{Me} \cdot \left(1 - e^2\right)^{\frac{3}{2}} = \mathbf{82{,}449}\ g$$

$$\simeq \frac{T_1}{10^3} = \frac{82257 \text{ g}}{10^3} = \mathbf{82,257} \text{ g}$$

Anche in questo caso otteniamo una eccezionale coincidenza tra i valori che si ricavano dall'osservazione e quelli teorici.

4 – $n = 9$ si ricavano i valori : $C_9 = \dfrac{C_1}{9} = \mathbf{0,30131 \cdot 10^{10}} \dfrac{K_m^2}{\text{sec}}$

$$R_{n9} = \frac{R_1}{9^2} = \mathbf{68,346 \cdot 10^6} \text{ } K_m$$

$$V_{n9} = V_1 \cdot 9 = \mathbf{44,055} \frac{K_m}{\text{sec}}$$

$$T_{n9} = \frac{T_1}{9^3} = \mathbf{112,8354} \text{ g}$$

Questa falda dall'osservazione astronomica risulta vuota.

E' tuttavia da considerare che, secondo quanto è previsto dalla teoria generale degli spazi rotanti, se il sistema considerato è giovane, l'afelio si trova prossimo all'orbita circolare minima stabile dalla quale il corpo proviene.

Nel nostro caso, possiamo dunque pensare che il pianeta Mercurio provenga dall'orbita circolare minima associata a $n = 9$ che deve aver abbandonato in tempi relativamente recenti.

5 – $n = 8$ A questa falda è associato un valore della costante :

$$C_8 = \frac{C_1}{8} = 0,33898 \cdot 10^{10} \frac{K_m^2}{\text{sec}}$$

con orbita circolare stabile minima di raggio :

$$R_{n8} = \frac{R_1}{8^2} = \mathbf{86,5 \cdot 10^6} \text{ } K_m \text{ .}$$

286

Anche questa falda dall'osservazione sembra vuota, tuttavia molto prossimo si trova l'asteroide **1978 SB** con un periodo orbitale pari a $T_{SB} = 1216,31$ g e semiasse maggiore $a = 333,608 \cdot 10^6$ K_m.

Se l'asteroide orbitasse sulla falda associata a $n = 8$, avrebbe le seguenti caratteristiche orbitali :

velocità areolare : $V_a = \dfrac{C_8}{2} = 0,16949 \cdot 10^{10} \; \dfrac{K_m^2}{sec}$

semiasse minore : $b = \dfrac{V_a \cdot T_{SB}}{\pi \cdot a} = 169,948 \cdot 10^6$ K_m

eccentricità : $e = \sqrt{1 - \dfrac{b^2}{a^2}} = 0,8605$

perielio : $P = a \cdot \left(1 - e\right) = 46,538 \cdot 10^6$ K_m

afelio : $A = P \cdot \dfrac{1+e}{1-e} = 620,673 \cdot 10^6$ K_m

Quest'ultimo risultato ci dice che l'asteroide **1978 SB** potrebbe arrivare dalla falda superiore della fascia dei pianetini, associata al numero quantico $n = 3$ avente raggio minimo $R_{n3} = 615,111 \cdot 10^6$ K_m.

6 – $n = 7$ corrisponde un valore della costante :

$$C_7 = \frac{C_1}{7} = 0,3874 \cdot 10^{10} \; \frac{K_m^2}{sec}$$

In questa posizione troviamo il pianeta **Venere** di cui sono note le seguenti caratteristiche orbitali :

periodo orbitale : $T_V = 224,633$ g

semiasse maggiore : $a = 108,200 \cdot 10^6$ K_m

287

eccentricità dell'orbita : $e = 0,006765$

Sulla stessa falda abbiamo l'asteroide **1974 MA** con le caratteristiche :

periodo orbitale : $T_M = 849,186$ g

semiasse maggiore : $a = 262,548 \cdot 10^6$ K_m

Teoricamente, per Venere, si ricavano dunque le caratteristiche seguenti.

$$R_{n7} = \frac{R_1}{7^2} = 112,979 \cdot 10^6 \ K_m \simeq a \cdot \left(1 - e^2\right) = 108,196 \cdot 10^6 \ K_m$$

$$V_{n7} = V_1 \cdot 7 = 34,265 \ \frac{K_m}{sec} \simeq \frac{V_v}{\sqrt{1 - e^2}} = 35,02 \ \frac{K_m}{sec}$$

$$T_{n7} = \frac{T_1}{7^3} = 239,816 \ g$$

$$T_{n7} \simeq T_v \cdot \left(1 - e^2\right)^{\frac{3}{2}} = 224,619 \ g$$

Per l'asteroide si ricava :

velocità areolare : $V_a = \dfrac{C_7}{2} = 0,1937 \cdot 10^{10} \ \dfrac{K_m^2}{sec}$

semiasse minore : $b = \dfrac{V_a \cdot T_M}{\pi \cdot a} = 172,301 \cdot 10^6 \ K_m$

eccentricità : $e = \sqrt{1 - \dfrac{b^2}{a^2}} = 0,754531$

perielio : $P = a \cdot \left(1 - e\right) = 64,447 \cdot 10^6 \ K_m$

288

afelio : $$A = P \cdot \frac{1+e}{1-e} = \mathbf{460,646 \cdot 10^6}\ K_m$$

Questo asteroide potrebbe arrivare quindi dalla falda centrale della fascia dei pianetini, associata al numero quantico $n = \mathbf{3 \cdot \sqrt{\frac{4}{3}}}$ e quindi con orbita circolare stabile minima $R_{n\left(3\sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = \mathbf{461,3 \cdot 10^6}\ K_m$.

7 – sulla sottofalda associata al numero quantico $n = \mathbf{6 \cdot \sqrt{\frac{4}{3}}}$ con costante

$$C_{\left(6\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = \frac{C_1}{\mathbf{6 \cdot \sqrt{\frac{4}{3}}}} = 0,39142 \cdot 10^{10}\ \frac{K_m^2}{sec}$$

troviamo l'asteroide **2102 Adonis** avente le caratteristiche :

periodo orbitale : $$T_{Ad} = \mathbf{934,006}\ g$$

semiasse maggiore : $$a = \mathbf{279,752 \cdot 10^6}\ K_m$$

Si ricavano dunque le caratteristiche teoriche :

velocità areolare : $$V_a = \frac{C_{\left(6\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)}}{\mathbf{2}} = \mathbf{0.19571 \cdot 10^{10}}\ \frac{K_m^2}{sec}$$

semiasse minore : $$b = \frac{V_a \cdot T_{Ad}}{\pi \cdot a} = \mathbf{179,702 \cdot 10^6}\ K_m$$

eccentricità : $$e = \sqrt{\mathbf{1} - \frac{b^2}{a^2}} = \mathbf{0,76640}$$

perielio : $$P = a \cdot \left(\mathbf{1} - e\right) = \mathbf{65,350 \cdot 10^6}\ K_m$$

289

afelio : $$A = P \cdot \frac{1+e}{1-e} = 494{,}153 \cdot 10^6 \ K_m$$

anche questo asteroide arriva dalla falda centrale della fascia dei pianetini, associata al numero quantico secondario $n = 3 \cdot \sqrt{\frac{4}{3}}$.

8 – sulla falda associata al numero $n = 6$ troviamo la **Terra** di cui abbiamo le caratteristiche :

periodo orbitale : $$T_T = 365{,}256 \ g$$

semiasse maggiore : $$a = 149{,}600 \cdot 10^6 \ K_m$$

eccentricità orbitale : $$e = 0{,}016707$$

Sulla stessa falda troviamo i seguenti asteroidi :

asteroide **1981 Midas** con $T_{Mi} = 863{,}743 \ g$; $a = 265{,}540 \cdot 10^6 \ K_m$

asteroide **1862 Apollo** con $T_{Ap} = 650{,}973 \ g$; $a = 219{,}912 \cdot 10^6 \ K_m$

asteroide **Hermes** con $T_{He} = 767{,}102 \ g$; $a = 245{,}344 \cdot 10^6 \ K_m$

cometa **153P/Ikeya-Zhang** con $T_{IZ} = 366{,}510 \ a$; $a = 51{,}2136 \ UA$

assumendo : $$C_6 = \frac{C_1}{6} = 0{,}45196 \cdot 10^{10} \ \frac{K_m^2}{sec}$$

si ricavano le caratteristiche :

1981 Midas – velocità areolare : $$V_a = \frac{C_6}{2} = 0{,}22598 \cdot 10^{10} \ \frac{K_m^2}{sec}$$

semiasse minore : $$b = \frac{V_a \cdot T_{Mi}}{\pi \cdot a} = 202{,}157 \cdot 10^6 \ K_m$$

290

eccentricità : $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \mathbf{0,64839}$

perielio : $P = a \cdot (1 - e) = \mathbf{93,366 \cdot 10^6}\ K_m$

afelio : $A = P \cdot \frac{1+e}{1-e} = \mathbf{437,711 \cdot 10^6}\ K_m$

Anche questo asteroide potrebbe provenire dalla falda centrale della fascia dei pianetini associata al numero quantico $n = 3 \cdot \sqrt{\frac{4}{3}}$.

1862 Apollo –

velocità areolare : $V_{\mathbf{a}} = \mathbf{0,22598 \cdot 10^{10}}\ \frac{K_m^2}{sec}$

semiasse minore : $b = \mathbf{183,970 \cdot 10^6}\ K_m$

eccentricità : $e = \mathbf{0,54787}$

perielio : $P = \mathbf{99,428 \cdot 10^6}\ K_m$

afelio : $A = \mathbf{340,392 \cdot 10^6}\ K_m$

proviene dalla falda inferiore della fascia dei pianetini associata al numero $n = \mathbf{4}$ con raggio minimo dell'orbita circolare stabile $R_{\mathbf{n4}} = 346 \cdot 10^6\ K_m$

Hermes –

velocità areolare : $V_{\mathbf{a}} = \mathbf{0,22598 \cdot 10^{10}}\ \frac{K_m^2}{sec}$

semiasse minore : $b = \mathbf{194,317 \cdot 10^6}\ K_m$

eccentricità : $e = \mathbf{0,6105}$

perielio : $P = 95,561 \cdot 10^6$ K_m

afelio : $A = 395,125 \cdot 10^6$ K_m

proviene dalla parte bassa della fascia degli asteroidi.

Pianeta Terra – i valori teorici associati alla falda risultano :

$$R_{n6} = \frac{R_1}{6^2} = 153,778 \cdot 10^6 \ K_m$$

$$V_{n6} = V_1 \cdot 6 = 29,37 \ \frac{K_m}{sec}$$

$$T_{n6} = \frac{T_1}{6^3} = 380,819 \ g$$

Il sistema Terra – Luna viene studiato dettagliatamente in un altro capitolo.

9 – Sulla falda secondaria associata al numero quantico $n = 5 \cdot \sqrt{\frac{4}{3}}$,

con il valore della costante : $C_{\left(5\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = \dfrac{C_1}{5 \cdot \sqrt{\frac{4}{3}}} = 0,4697 \cdot 10^{10} \ \dfrac{K_m^2}{sec}$

troviamo i seguenti asteroidi :

1685 Toro – con : $T_{To} = 582,487$ g ; $a = 204,204 \cdot 10^6$ K_m

si ricavano i valori teorici :

velocità areolare : $V_a = \dfrac{C_{\left(5\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)}}{2} = 0,23485 \cdot 10^{10} \ \dfrac{K_m^2}{sec}$

semiasse minore : $b = \dfrac{V_a \cdot T_{To}}{\pi \cdot a} = 184,237 \cdot 10^6 \ K_m$

eccentricità : $e = \sqrt{1 - \dfrac{b^2}{a^2}} = 0,431275$

292

perielio : $P = a \cdot (1 - e) = 116{,}136 \cdot 10^6 \ K_m$

afelio : $A = P \cdot \dfrac{1+e}{1-e} = 292{,}272 \cdot 10^6 \ K_m$

proviene dalla falda inferiore della fascia dei pianetini.

1620 Geographos – $T_{Ge} = 507{,}389$ g ; $a = 186{,}252 \cdot 10^6 \ K_m$
le caratteristiche teoriche risultano :

velocità areolare : $V_a = 0{,}23485 \cdot 10^{10} \ \dfrac{K_m^2}{sec}$

semiasse minore : $b = 175{,}952 \cdot 10^6 \ K_m$

eccentricità : $e = 0{,}32794$

perielio : $P = 125{,}173 \cdot 10^6 \ K_m$

afelio : $A = 247{,}332 \cdot 10^6 \ K_m$

Proviene dalla falda inferiore della fascia dei pianetini.

1959 LM – $T_{LM} = 563{,}390$ g ; $a = 199{,}716 \cdot 10^6 \ K_m$
si ricavano le caratteristiche teoriche :

velocità areolare : $V_a = 0.23485 \cdot 10^{10} \ \dfrac{K_m^2}{sec}$

semiasse minore : $b = 182{,}201 \cdot 10^6 \ K_m$

eccentricità : $e = 0{,}409521$

perielio : $P = 117{,}928 \cdot 10^6 \ K_m$

afelio : $A = 281{,}504 \cdot 10^6 \ K_m$

10 – Sulla falda associata a $n = 5$ con costante :

$$C_5 = \frac{C_1}{5} = 0,54236 \cdot 10^{10} \ \frac{K_m^2}{sec}$$

si hanno i seguenti asteroidi :
pianeta **Marte** di cui abbiamo le caratteristiche orbitali :

$T_{Ma} = 687,047$ g ; $a = 227,940 \cdot 10^6$ K_m ; $e = 0,093485$

asteroide **1973 NA** – $T_{NA} = 1383,555$ g ; $a = 363,528 \cdot 10^6$ K_m

asteroide **1863 Antinous** – $T_{An} = 1240,937$ g ; $a = 338,096 \cdot 10^6$ K_m

asteroide **1947 XC** – $T_{XC} = 1232,710$ g ; $a = 336,600 \cdot 10^6$ K_m

asteroide **6344 PL** – $T_{PL} = 1509,222$ g ; $a = 385,220 \cdot 10^6$ K_m

asteroide **1917 CUYO** – $T_{CU} = 1147,435$ g ; $a = 320,892 \cdot 10^6$ K_m

asteroide **1978 DA** – $T_{DA} = 1417,857$ g ; $a = 369,512 \cdot 10^6$ K_m

asteroide **EROS** – $T_{ER} = 643,187$ g ; $a = 218,155 \cdot 10^6$ K_m

cometa **3D/Biela** – $T_{Bi} = 6,619$ a ; $a = 3,5253$ UA

Si ricavano le seguenti caratteristiche teoriche.

1973 NA – velocità areolare : $V_a = 0,27118 \cdot 10^{10} \ \frac{K_m^2}{sec}$

semiasse minore : $b = 283,844 \cdot 10^6$ K_m

eccentricità : $e = 0,62478$

perielio : $P = 136,403 \cdot 10^6$ K_m

afelio : $A = 590,653 \cdot 10^{6}$ K_m

Proviene dalla falda esterna della fascia dei pianetini associata a $n = 3$ che ha un'orbita circolare stabile di raggio minimo $R_{n3} = 615,1 \cdot 10^{6}$ K_m.

1863 Antinous – velocità areolare : $V_a = 0,27118 \cdot 10^{10}$ $\frac{K_m^2}{sec}$

semiasse minore : $b = 273,736 \cdot 10^{6}$ K_m

eccentricità : $e = 0,58693$

perielio : $P = 139,657 \cdot 10^{6}$ K_m

afelio : $A = 536,534 \cdot 10^{6}$ K_m

proviene dalla falda esterna della fascia dei pianetini.

1947 XC – velocità areolare : $V_a = 0,27118 \cdot 10^{10}$ $\frac{K_m^2}{sec}$

semiasse minore : $b = 273,129 \cdot 10^{6}$ K_m

eccentricità : $e = 0,58444$

perielio : $P = 139,877 \cdot 10^{6}$ K_m

afelio : $A = 533,321 \cdot 10^{6}$ K_m

6344 PL – velocità areolare : $V_a = 0,27118 \cdot 10^{10}$ $\frac{K_m^2}{sec}$

semiasse minore : $b = 292,190 \cdot 10^{6}$ K_m

eccentricità : $e = 0,65167$

perielio : $P = 134,184 \cdot 10^{6}$ K_m

295

afelio : $A = 636,258 \cdot 10^6\ K_m$

1917 CUYO – velocità areolare : $V_a = 0,27118 \cdot 10^{10}\ \frac{K_m^2}{sec}$

semiasse minore : $b = 266,680 \cdot 10^6\ K_m$

eccentricità : $e = 0,55618$

perielio : $P = 142,418 \cdot 10^6\ K_m$

afelio : $A = 499,364 \cdot 10^6\ K_m$

1978 DA – velocità areolare : $V_a = 0,27118 \cdot 10^{10}\ \frac{K_m^2}{sec}$

semiasse minore : $b = 286,171 \cdot 10^6\ K_m$

eccentricità : $e = 0,63262$

perielio : $P = 135,752 \cdot 10^6$

afelio : $A = 603,275 \cdot 10^6\ K_m$

Eros – velocità areolare: $V_a = 0,27118 \cdot 10^{10}\ \frac{K_m^2}{sec}$

semiasse minore : $b = 212,671 \cdot 10^6\ K_m$

eccentricità : $e = 0,2229$

perielio : $P = 169,528 \cdot 10^6\ K_m$

afelio : $A = 266,781 \cdot 10^6\ K_m$

296

Marte – nota l'eccentricità $e = 0,093485$, si ricavano i valori :

$$R_{n5} = a \cdot \left(1 - e^2\right) = 225,948 \cdot 10^6 \ K_m$$

$$\simeq \frac{R_1}{5^2} = 221,44 \cdot 10^6 \ K_m$$

$$V_{n5} = \frac{V_{Ma}}{\sqrt{1 - e^2}} = 24,233 \ \frac{K_m}{sec}$$

$$\simeq V_1 \cdot 5 = 24,475 \ \frac{K_m}{sec}$$

$$T_{n5} = T_{Ma} \cdot \left(1 - e^2\right)^{\frac{3}{2}} = 678,06 \ g$$

$$\simeq \frac{T_1}{5^3} = 658,056 \ g$$

11 – Sulla sottofalda associata a $n = 4 \cdot \sqrt{\frac{4}{3}}$ con valore della costante :

$$C_{\left(4 \cdot \sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = \frac{C_1}{4 \cdot \sqrt{\frac{4}{3}}} = 0,58712 \cdot 10^{10} \ \frac{K_m^2}{sec}$$

e raggio minimo : $R_{n\left(4 \cdot \sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = 259,5 \cdot 10^6 \ K_m$

troviamo i seguenti asteroidi :

1915 Quetzalcoatl – $T_{Qu} = 1461,127 \ g$; $a = 376,992 \cdot 10^6 \ K_m$

1580 Betulia – $T_{Be} = 1187,788 \ g$; $a = 328,372 \cdot 10^6 \ K_m$

887 Alinda – $T_{Al} = 1440,849 \ g$; $a = 373,491 \cdot 10^6 \ K_m$

Le caratteristiche teoriche risultano :

semiasse minore : $b = 312,908 \cdot 10^6 \ K_m$

eccentricità : $e = 0,55775$

perielio : $P = 166,725 \cdot 10^6 \ K_m$

afelio : $A = 587,260 \cdot 10^6 \ K_m$

proviene dalla falda esterna della facia dei pianetini.

1580 Betulia – velocità areolare : $V_a = 0,29356 \cdot 10^{10} \ \frac{K_m^2}{sec}$

semiasse minore : $b = 292,034 \cdot 10^6 \ K_m$

eccentricità : $e = 0,45725$

perielio : $P = 178,223 \cdot 10^6 \ K_m$

afelio : $A = 478,518 \cdot 10^6 \ K_m$

proviene dalla falda centrale della fascia dei pianetini.

Sulla falda associata a $n = 4$ con momento angolare specifico :

$$C_4 = 0.67795 \cdot 10^{10} \ \frac{K_m^2}{sec}$$

troviamo gli asteroidi :

asteroide **Gaspra** – $T_{Ga} = 1199,960 \ g$; $a = 330,612 \cdot 10^6 \ K_m$

asteroide **Vesta** – $T_{Ve} = 1325,398 \ g$; $a = 353,268 \cdot 10^6 \ K_m$

asteroide **Giunone** – $T_{Giu} = 1591,85 \ g$; $a = 399,155 \cdot 10^6 \ K_m$

Le caratteristiche teoriche risultano :

Gaspra – assumendo $e = 0,17331$, si ricavano le caratteristiche :

$$R_{n4} = a \cdot \left(1 - e^2\right) = 320{,}682 \cdot 10^6 \ K_m$$

$$\simeq \frac{R_1}{4^2} = 346{,}0 \cdot 10^6 \ K_m$$

$$V_{n4} = \frac{V_{Ga}}{\sqrt{1 - e^2}} = 20{,}344 \ \frac{K_m}{sec}$$

$$V_{n4} \simeq V_1 \cdot 4 = 19{,}58 \ \frac{K_m}{sec}$$

$$T_{n4} = T_{Ga} \cdot \left(1 - e^2\right)^{\frac{3}{2}} = 1146{,}304 \ g$$

$$\simeq \frac{T_1}{4^3} = 1285{,}265 \ g$$

Si tratta di un asteroide che si sta allontanando dall'orbita associata a $n = 4$ per portarsi su quella inferiore con $n = 4 \cdot \sqrt{\frac{4}{3}}$.

Giunone – se si assume $e = 0{,}2583$, si ricavano i valori seguenti .

$$R_{n4} = 372{,}524 \cdot 10^6 \ K_m$$

$$V_{n4} = 18{,}235 \ \frac{K_m}{sec}$$

$$T_{n4} = 1435{,}228 \ g$$

In questo caso Giunone sta avvicinandosi gradualmente all'orbita associata a $n = 4$, provenendo dalla precedente con $n = 3 \cdot \sqrt{\frac{4}{3}}$.

Vesta – assumendo $e = 0{,}089025$, si ottiene :

$$R_{n4} = 350{,}468 \cdot 10^6 \ K_m \simeq \frac{R_1}{4^2}$$

299

$$V_{n4} = 19,461 \ \frac{K_m}{sec} \simeq V_1 \cdot 4$$

$$T_{n4} = 1309,673 \ g \simeq \frac{T_1}{4^3}$$

In questo caso si tratta di un planetoide che orbita quasi esattamente sulla falda associata a $n = 4$. Risulta infatti :

$$C_4 = \frac{C_1}{4} = 0,67795 \cdot 10^{10} \ \frac{K_m^2}{sec}$$

$$C_{Ve} = \frac{2 \cdot \pi \cdot a \cdot b}{T_{Ve}} = 0,68202 \simeq C_4$$

12 – La falda associata a $n = 3 \cdot \sqrt{\frac{4}{3}}$ occupa la posizione centrale della fascia dei pianetini ed è, per questo, la più popolata. E' infatti occupata dai seguenti asteroidi.

Igea – $T_{Ig} = 2029,358 \ g$; $a = 469,295 \cdot 10^6 \ K_m$

Davida – $T_{Da} = 2058,271 \ g$; $a = 473,742 \cdot 10^6 \ K_m$

Europa – $T_{Eu} = 1993,323 \ g$; $a = 463,723 \cdot 10^6 \ K_m$

Interamnia – $T_{In} = 1957,498 \ g$; $a = 458,150 \cdot 10^6 \ K_m$

Psyche – $T_{Ps} = 1822,942 \ g$; $a = 436,907 \cdot 10^6 \ K_m$

Ida – $T_{Id} = 1767,247 \ g$; $a = 427,692 \cdot 10^6 \ K_m$

I valori teorici associati a questa falda risultano :

$$C_{n\left(3 \cdot \sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = \frac{C_1}{\left(3 \cdot \sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = 0,78283 \cdot 10^{10} \ \frac{K_m^2}{sec}$$

300

$$R_{n\left(3\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = \frac{R_1}{\left(3\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)^2} = 461,3\cdot 10^6\ K_m$$

$$V_{n\left(3\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = V_1\cdot\left(3\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right) = 16,957\ \frac{K_m}{sec}$$

$$T_{n\left(3\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = \frac{T_1}{\left(3\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)^3} = 1978,796\ g$$

utilizzando i dati forniti dall'osservazione astronomica, si ricava :

Igea – eccentricità $e = 0,119$

$$R_{n\left(3\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = a\cdot\left(1-e^2\right) = 462,649\cdot 10^6\ K_m$$

$$V_{n\left(3\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = \frac{V_{Ig}}{\sqrt{1-e^2}} = 16,938\ \frac{K_m}{sec}$$

$$T_{n\left(3\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = T_{Ig}\cdot\left(1-e^2\right)^{\frac{3}{2}} = 1986,404\ g$$

$$C_{n\left(3\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = \frac{2\cdot\pi\cdot a\cdot b}{T_{Ig}} = 0,78362\cdot 10^{10}\ \frac{K_m^2}{sec}$$

Tutti i valori sono praticamente coincidenti con quelli teorici.

Davida – eccentricità $e = 0,18532$

$$R_{n\left(3\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = 457,472\cdot 10^6\ K_m$$

$$V_{n\left(3\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = 17,033\ \frac{K_m}{sec}$$

$$T_{n\left(3\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = 1953,154\ g$$

$$C_{n\left(3\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = \mathbf{0,77922 \cdot 10^{10}}\ \frac{K_m^2}{sec}$$

Europa – eccentricità $e = \mathbf{0,101675}$

$$R_{n\left(3\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = \mathbf{458,929 \cdot 10^{6}}\ K_m$$

$$V_{n\left(3\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = \mathbf{17,006}\ \frac{K_m}{sec}$$

$$T_{n\left(3\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = \mathbf{1962,493}\ g$$

$$C_{n\left(3\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = \mathbf{0,78046 \cdot 10^{10}}\ \frac{K_m^2}{sec}$$

Interamnia – eccentricità $e = \mathbf{0,14906}$

$$R_{n\left(3\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = \mathbf{447,970 \cdot 10^{6}}\ K_m$$

$$V_{n\left(3\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = \mathbf{17,212}\ \frac{K_m}{sec}$$

$$T_{n\left(3\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = \mathbf{1892,622}\ g$$

$$C_{n\left(3\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = \mathbf{0,77108 \cdot 10^{10}}\ \frac{K_m^2}{sec}$$

Gli asteroidi Psyche, Ida, Cerere, Pallade e Giunone hanno abbandonato la falda associata a $n = \mathbf{3} \cdot \sqrt{\frac{4}{3}}$ e si muovono verso la successiva, associata al numero $n = \mathbf{4}$. Per essi si ricava infatti :

Psyche – afelio : $A = \mathbf{497,869 \cdot 10^{6}}\ K_m$

perielio : $P = \mathbf{375,945 \cdot 10^{6}}\ K_m$

302

Ida – afelio : $A = 447,320 \cdot 10^6$ Km

perielio : $P = 408,064 \cdot 10^6$ Km

Cerere – afelio : $A = 446,855 \cdot 10^6$ Km

perielio : $P = 380,582 \cdot 10^6$ Km

Pallade – afelio : $A = 510,425 \cdot 10^6$ Km

perielio : $P = 319,143 \cdot 10^6$ Km

Giunone – afelio : $A = 502,276 \cdot 10^6$ Km

perielio : $P = 296,030 \cdot 10^6$ Km

13 – **La falda associata al numero quantico $n = 3$ risulta vuota in quanto " a questa distanza è ancora apprezzabile l'azione di Giove** ".

14 – l'orbita associata a $n = 2 \cdot \sqrt{\frac{4}{3}} \cdot \sqrt{\frac{4}{3}}$ è occupata dal pianeta **Giove** di cui abbiamo le caratteristiche orbitali :

$T_G = 4332,671$ g ; $a = 778,4 \cdot 10^6$ Km ; $e = 0,048943$

si ricavano le caratteristiche dell'orbita circolare minima :

$$R_{n\left(2\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = 776,535 \cdot 10^6 \text{ Km}$$

$$R_{n\left(2\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)} \simeq \frac{R_1}{\left(2\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)^2} = 778,500 \cdot 10^6 \text{ Km}$$

$$V_{n\left(2\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = 13,075 \ \frac{\text{Km}}{\text{sec}}$$

$$\simeq V_1 \cdot \left(2\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right) = 13,053 \ \frac{\text{Km}}{\text{sec}}$$

303

$$T_{n\left(2\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)} = \mathbf{4317,113}\ \text{g}$$

$$\simeq \frac{T_1}{\left(2\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)^3} = \mathbf{4337,771}\ \text{g}$$

15 – sulla falda associata a $n = 2$ si colloca l'orbita di **Saturno** di cui si conoscono i valori :

$$T_{Sa} = \mathbf{10760,45}\ \text{g} \quad ; \quad a = \mathbf{1429,4 \cdot 10^6}\ K_m \quad ; \quad e = \mathbf{0,054685}$$

Le caratteristiche orbitali risultano :

$$R_{n2} = \mathbf{1425,13 \cdot 10^6}\ K_m \simeq \frac{R_1}{2^2} = \mathbf{1384 \cdot 10^6}\ K_m$$

$$V_{n2} = \mathbf{9,723}\ \frac{K_m}{\text{sec}} \simeq V_1 \cdot \mathbf{2} = \mathbf{9,79}\ \frac{K_m}{\text{sec}}$$

$$T_{n2} = \mathbf{10712,22}\ \text{g} \simeq \frac{T_1}{2^3} = \mathbf{10282,13}\ \text{g}$$

16 – sulla falda secondaria associata a $n = \sqrt{2}$ troviamo il pianeta **Urano** con i valori :

$$T_U = \mathbf{30707,10}\ \text{g} \quad ; \quad a = \mathbf{2870,972 \cdot 10^6}\ K_m \quad ; \quad e = \mathbf{0,0471677}$$

si ricavano le caratteristiche orbitali :

$$R_{n\sqrt{2}} = \mathbf{2864,585 \cdot 10^6}\ K_m \simeq \frac{R_1}{\left(\sqrt{2}\right)^2} = \mathbf{2768 \cdot 10^6}\ K_m$$

$$V_{n\sqrt{2}} = \mathbf{6,8068}\ \frac{K_m}{\text{sec}} \simeq V_1 \cdot \sqrt{2} = \mathbf{6,9225}\ \frac{K_m}{\text{sec}}$$

$$T_{n\sqrt{2}} = \mathbf{30604,68}\ \text{g} \simeq \frac{T_1}{\left(\sqrt{2}\right)^3} = \mathbf{29082,24}\ \text{g}$$

17 – La falda associata a $n = \sqrt{\frac{4}{3}}$ è occupata dal pianeta **Nettuno** di cui abbiamo :

304

$$T_N = 60223{,}35 \text{ g} \;;\; a = 4498{,}253 \cdot 10^6 \text{ K}_m \;;\; e = 0{,}00858589$$

le caratteristiche orbitali risultano :

$$R_{n\sqrt{\frac{4}{3}}} = 4497{,}921 \text{ K}_m \simeq \frac{R_1}{\left(\sqrt{\frac{4}{3}}\right)^2} = 4152 \cdot 10^6 \text{ K}_m$$

$$V_{n\sqrt{\frac{4}{3}}} = 5{,}432 \frac{\text{K}_m}{\text{sec}} \simeq V_1 \cdot \sqrt{\frac{4}{3}} = 5{,}652 \frac{\text{K}_m}{\text{sec}}$$

$$T_{n\sqrt{\frac{4}{3}}} = 60216{,}69 \text{ g} \simeq \frac{T_1}{\left(\sqrt{\frac{4}{3}}\right)^3} = 53427{,}49 \text{ g}$$

18 – all'orbita di **Plutone** si associa il numero $n = 1$, quindi essa coincide con " l'orbita fondamentale " del Sistema Solare.

Sono note le caratteristiche orbitali :

$$T_{Pl} = 90474 \text{ g} \;;\; a = 5900 \cdot 10^6 \text{ K}_m \;;\; e = 0{,}248$$

si ricava la velocità areolare :

$$V_a = \frac{\pi \cdot a^2 \cdot \sqrt{1 - e^2}}{T_{Pl}} = 1{,}3553 \cdot 10^{10} \frac{\text{K}_m^2}{\text{sec}}$$

e quindi si ottengono i valori fondamentali :

$$C_1 = 2 \cdot V_a = 2{,}7106 \cdot 10^{10} \frac{\text{K}_m^2}{\text{sec}}$$

$$R_1 = \frac{C_1^2}{K_S^2} = 5536 \cdot 10^6 \text{ K}_m$$

dovendo essere verificata su tutta l'orbita la legge delle aree, dovrà essere :

$$V_a = \frac{\pi \cdot a^2 \cdot \sqrt{1 - e^2}}{T} = \frac{\pi \cdot R_n^2}{T_n}$$

sostituendo : $T = \frac{2 \cdot \pi \cdot a^{\frac{2}{3}}}{K_s}$; $T_n = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_n^{\frac{2}{3}}}{K_s}$

si ricavano le caratteristiche dell'orbita circolare stabile di raggio minimo in funzione di quelle dell'orbita media :

$$R_1 = a \cdot \left(1 - e^2\right) = 5536 \cdot 10^6 \ K_m$$

$$V_1 = \frac{V_{Pl}}{\sqrt{1 - e^2}} = 4{,}895 \ \frac{K_m}{sec}$$

$$T_1 = T_{Pl} \cdot \left(1 - e^2\right)^{\frac{3}{2}} = 82257 \ g$$

Se alle orbite che si trovano oltre il punto neutro si associano i numeri $n < 1$

$$\left(\sqrt{\tfrac{4}{3}}\right)^{-1} \ ; \ \left(\sqrt{2}\right)^{-1} \ ; \ 2^{-1} \ .....$$

si ottengono le orbite circolari stabili che si estendono oltre il punto neutro fino al confine della sfera planetaria associata al Sistema Solare.
Le prime risultano :

$$R_{n\left(\sqrt{\frac{4}{3}}^{-1}\right)} = \frac{R_1}{\left(\sqrt{\frac{4}{3}}\right)^{-2}} = 7381{,}33 \cdot 10^6 \ K_m$$

$$R_{n\left(\sqrt{\frac{4}{3}}^{-1} \cdot \sqrt{\frac{4}{3}}^{-1}\right)} = \frac{R_1}{\left(\sqrt{\frac{4}{3}} \cdot \sqrt{\frac{4}{3}}\right)^{-2}} = 9841{,}78 \cdot 10^6 \ K_m$$

306

$$R_{n\left(\sqrt{2}^{-2}\right)} = \frac{R_1}{\left(\sqrt{2}\right)^{-2}} = \mathbf{11072 \cdot 10^6}\ K_m$$

$$R_{n\left(\sqrt{2}^{-1}\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}^{-1}\right)} = \frac{R_1}{\left(\sqrt{2}\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\right)^{-2}} = \mathbf{14762{,}67 \cdot 10^6}\ K_m$$

$$R_{n2} = \frac{R_1}{2^{-2}} = \mathbf{22144 \cdot 10^6}\ K_m$$

Le prime quattro falde si trovano nella fascia di Kuiper, mentre l'ultima risulta già esterna e quindi sarà meno popolata.

E' da notare che il numero quantico n , associato alla falda, individua una intera famiglia **di oggetti caratterizzati tutti dallo stesso valore della velocità areolare e dunque della costante** :

$$C_n = \frac{C_1}{n} = \sqrt{K_s^2 \cdot a \cdot \left(1 - e^2\right)} = \sqrt{K_s^2 \cdot R_p \cdot \left(1 + e\right)}$$

$$= \sqrt{K_s^2 \cdot R_n} = V_p \cdot R_p$$

dove P indica il riferimento al perielio.

La distanza del perielio dal centro dello spazio rotante, di tutti gli oggetti che appartengono alla famiglia, vale dunque :

$$R_{Pn} = \frac{R_n}{\left(1 + e\right)} = \frac{C_n^2}{K_S^2 \cdot \left(1 + e\right)}$$

Per ogni famiglia si hanno quindi gli estremi :

perielio : $$\frac{C_n^2}{2 \cdot K_S^2} \le R_{Pn} \le R_n = \frac{C_n^2}{K_S^2}$$

afelio : $$R_n \le R_{An} \le \infty$$

L'orbita realmente percorsa dal corpo celeste che viene considerato dipende unicamente dall'eccesso di energia specifica rispetto al valore associato al punto dello spazio rotante nel quale si muove.

Questo vuol dire che tra tutti i membri di una stessa famiglia, quelli che hanno una massa minore avranno l'energia per unità di massa più facilmente perturbabile e dunque le loro orbite saranno meno stabili.

E' sostanzialmente questa la ragione per cui, normalmente, le masse piccole presentano orbite molto eccentriche ed instabili.

Nel senso che abbiamo indicato, **la definizione di oggetti transnettuniani si dimostra molto imprecisa, in quanto comprende molti aggregati che nulla o quasi hanno in comune.**

Tra Urano e Saturno, sulla falda associata a $C = 1{,}5 \cdot 10^{10} \frac{K_m^2}{sec}$, orbitano due asteroidi :

Chirone con afelio : $A = 18{,}89$ UA

Asbolus con afelio : $A = 29{,}19$ UA

per i quali si ottengono le seguenti caratteristiche orbitali teoriche :

$$R_n = \frac{C^2}{K_S^2} = 1695{,}24 \cdot 10^6 \; K_m$$

Chirone – eccentricità : $e = 1 - \frac{R_n}{A} = 0{,}400$

perielio : $P = \frac{R_n}{(1 + e)} = 1210{,}8 \cdot 10^6 \; K_m = 8{,}094$ UA

308

Asbolus – eccentricità : $e = 1 - \dfrac{R_n}{A} = 0,612$

perielio : $P = \dfrac{R_n}{(1+e)} = 1051,64 \cdot 10^6\ K_m = 7,029$ UA

Con velocità areolare non molto diversa, $C = 1,651 \cdot 10^{10}\ \frac{K_m^2}{sec}$, troviamo in orbita **5145 Pholo** con afelio :

$$A = 32,138 \text{ UA}$$

si ricava il raggio dell'orbita minima :

$$R_n = 2053,72 \cdot 10^6\ K_m$$

eccentricità : $e = 0,573$

perielio : $P = 1305,61 \cdot 10^6\ K_m = 8,727$ UA

Esistono molti oggetti che si muovono, **con Plutone**, sulla falda associata a $n = 1$ con $C_1 = 2,7118 \cdot 10^{10}\ \frac{K_m^2}{sec}$, che vengono detti **Plutini**.

La eccentricità delle loro orbite, normalmente è tale da non spingerli oltre il bordo inferiore della fascia di Kuiper.

19 – Oltre il punto neutro del Sistema Solare, troviamo la prima falda della fascia di Kuiper, associata al numero quantico $n = \left(\sqrt{\frac{4}{3}}^{\,-1}\right)$ e quindi con:

$$C_{\left(\sqrt{\frac{4}{3}}^{-1}\right)} = 3,1313 \cdot 10^{10}\ \frac{K_m^2}{sec}$$

$$R_{n\left(\sqrt{\frac{4}{3}}^{-1}\right)} = 7381,33 \cdot 10^6\ K_m$$

Gli oggetti presenti su tale falda percorrono orbite con eccentricità tale da non allontanarsi oltre il confine superiore della fascia di Kuiper.

Sono noti due planetoidi, **Eris** e **1996 TL66**, che si muovono in prossimità di questa falda su orbite molto eccentriche con momento angolare :

$$C = 3,3 \cdot 10^{10} \ \frac{K_m^2}{sec} \ .$$

raggio dell'orbita circolare minima stabile :

$$R_n = \frac{C^2}{K_s^2} = \mathbf{8204,935 \cdot 10^6} \ K_m$$

Si ricavano quindi le caratteristiche teoriche :

Eris – afelio : $A = \mathbf{97,56} \ UA = \mathbf{14624,89 \cdot 10^6} \ K_m$

eccentricità : $e = 1 - \dfrac{R_n}{A} = \mathbf{0,439}$

perielio : $P = \dfrac{R_n}{1+e} = \mathbf{5701,83 \cdot 10^6} \ K_m = \mathbf{38,11} \ UA$

1996 TL66 – afelio : $A = \mathbf{130,73} \ UA = \mathbf{19557,21 \cdot 10^6} \ K_m$

eccentricità : $e = \mathbf{0,581}$

perielio : $P = \mathbf{5189,71 \cdot 10^6} \ K_m = \mathbf{34,691} \ UA$

20 – Sulla falda coincidente con il confine superiore della fascia di Kuiper, associata al numero $n = \left(\sqrt{2}^{\,-1}\right)$ e dunque con :

$$C = 3,8351 \cdot 10^{10} \ \frac{K_m^2}{sec}$$

troviamo in orbita il planetoide **2000 CR105** con afelio $A = \mathbf{397} \ UA$.

310

Si ricavano quindi le caratteristiche teoriche :

orbita di raggio minimo : $$R_n = \frac{C^2}{K_s^2} = \mathbf{11081,55 \cdot 10^6}\ K_m$$

eccentricità : $$e = 1 - \frac{R_n}{A} = \mathbf{0,8134}$$

perielio : $$P = \frac{R_n}{(1+e)} = \mathbf{40,848}\ UA = \mathbf{6110,86 \cdot 10^6}\ K_m$$

21 – Associata al numero quantico $n = (2^{-1})$ con momento angolare :

$$C = 5,4236 \cdot 10^{10}\ \frac{K_m^2}{sec}$$

abbiamo la prima falda esterna alla fascia di Kuiper, sulla quale troviamo in moto **90377 Sedna**.

Si tratta del corpo celeste che, con l'afelio $A = 975$ UA, costituisce il più distante oggetto noto appartenente al Sistema Solare.

Si ricavano per esso le caratteristiche orbitali teoriche :

velocità areolare : $$V_a = \frac{C}{2} = \mathbf{2,7118 \cdot 10^{10}}\ \frac{K_m^2}{sec}$$

orbita di raggio minimo : $$R_n = \frac{C^2}{K_s^2} = 22162,7 \cdot 10^6\ K_m = \mathbf{148,15}\ UA$$

eccentricità : $$e = 1 - \frac{R_n}{A} = \mathbf{0,8481}$$

311

perielio : $$P = \frac{R_n}{(1+e)} = \mathbf{80,163}\ \text{UA} = \mathbf{11992,4 \cdot 10^6}\ \text{K}_m$$

22 – **Comete – Sono corpi**, **normalmente di dimensioni molto ridotte**, **che possiedono una energia specifica di valore molto diverso da quello minimo richiesto per poter restare in equilibrio sull'orbita stabile circolare di raggio minimo**.

In queste condizioni, si ha, generalmente, un'orbita molto eccentrica che puo attraversare anche molte falde diverse.

Normalmente si ritiene che le comete abbiano origine nella nube di **Oort**, ad una distanza $R > \mathbf{30000}$ UA.
Questa ipotesi, anche se largamente accettata, lascia comunque molti dubbi che cercheremo di chiarire.

Nella teoria generale, si è visto che la massa unitaria, per restare in equilibrio in uno spazio rotante di valore K^2, deve soddisfare la condizione :

$$\left(v^2 - \mathbf{2} \cdot V_{eq}^2\right) \cdot R + \mathbf{2} \cdot K^2 \geq \frac{C^2}{R}$$

che si può anche scrivere :

$$\left(v^2 - \mathbf{2} \cdot \frac{K^4}{C_n^2}\right) \cdot R + 2 \cdot K^2 \geq \frac{C_n^2}{R}$$

Ricordiamo che in tale relazione **v** rappresenta la velocità relativa del punto rispetto al centro dello spazio rotante e C_n il doppio della velocità areolare che, per le orbite chiuse, può assumere solo valori quantizzati.

L'analisi di questa espressione è stata già fatta trattando la teoria generale e quindi ci limitiamo solo ad alcune osservazioni.

Consideriamo sulla falda associata al momento C_{n0} una massa unitaria in equilibrio con una velocità orbitale V_0^2 ad una distanza R_0 su un'orbita con eccentricità e_0.

Secondo la condizione di equilibrio, qualsiasi aumento della velocità porta sempre ad un'orbita reale semplicemente aumentando il valore dell'eccentricità dell'orbita, senza modificare il valore di C_n.

Se dunque per una qualsiasi ragione, per esempio una esplosione o un urto, dal corpo iniziale si creano oggetti con diversi valori della velocità V, si avrà una famiglia di detriti che presentano come **unica caratteristica comune il valore della costante C_n.**

Tutte le altre caratteristiche orbitali hanno però valori tanto diversi da renderli assolutamente irriconoscibili come membri di un'unica famiglia.

Per qualsiasi valore iniziale di C_n , con un aumento della velocità, è dunque sempre possibile ottenere orbite ellittiche con qualsiasi semiasse maggiore, anche infinitamente grande.

Con un valore di C_n invariato la relazione può essere soddisfatta solo per $V^2 \geq V_{eq}^2$.

Se l'evento che abbiamo considerato porta ad una riduzione della velocità, e dunque dell'energia, fino al raggiungimento di tale valore limite, la riduzione della velocità viene accompagnata da una graduale riduzione dell'eccentricità dell'orbita che rimane comunque reale.

Se, dopo aver raggiunto il valore minimo, si ha una ulteriore riduzione della velocità, la relazione può essere soddisfatta, e dunque può ammettere soluzioni reali con orbite chiuse realmente esistenti, solo se si passa al valore di C_n immediatamente precedente.

Se anche con questo nuovo valore non si ottiene una soluzione reale, si passa a quello ancor più basso e così via fino ad avere l'oggetto in moto su un'orbita ellittica stabile.

Una riduzione della velocità dà origine quindi ad una famiglia di oggetti che si muovono con una diversa velocità areolare, e dunque con diverso valore del momento angolare C_n , i quali avranno in comune unicamente il punto di partenza.

Se dunque consideriamo l'esplosione di un corpo celeste inizialmente in equilibrio orbitale nello spazio rotante, per i detriti che si formano, lo spazio si comporta in maniera diversa a seconda della direzione del moto della scheggia considerata.

Tutti quelli che vengono proiettati nella direzione del moto orbitale del corpo iniziale subiscono un incremento della velocità relativa rispetto al centro dello spazio rotante e quindi vengono obbligati a muoversi verso l'esterno su orbite molto eccentriche.

Per le schegge che invece vengono emesse nella direzione opposta al moto iniziale, necessita prendere in considerazione il valore della velocità di eiezione, in quanto si ha :

$$V^2 = \left(V_0 - V_e\right)^2$$

e quindi, per $V_e < 2 \cdot V_0$ si ottiene comunque una riduzione della velocità.

Per $V_e > 2 \cdot V_0$ risulta un aumento della velocità e quindi, **anche in questo caso**, **i detriti vengono proiettati tutti verso l'esterno su orbite spesso molto eccentriche**.

Dunque, se il valore della velocità di equilibrio iniziale V_0 è basso, in una esplosione gran parte del materiale prodotto viene disperso verso l'esterno dello spazio rotante e solo una piccolissima parte viene orientata verso il centro e si stabilisce su orbite chiuse.

La situazione che abbiamo descritto può rappresentare quella presente nel Sistema Solare primordiale.

Secondo questo schema, l'attuale Sistema Solare può essere l'evoluzione di ciò che è stato trattenuto dallo spazio rotante solare dopo l'esplosione della stella compagna del Sole.

In accordo con questa interpretazione, se calcoliamo il valore della velocità areolare, e dunque della costante C associata ai corpi che popolano oggi il Sistema Solare, secondo quanto è previsto dalla teoria, ricaviamo una serie di valori di livelli quantizzati con orbite reali che si sviluppano **tutte** all'interno del punto neutro.

Con il criterio che abbiamo indicato, nel Sistema Solare, si individuano così Alla falda inferiore della fascia di Kuiper è associato il numero quantico

$n = \left(\sqrt{\frac{4}{3}}^{-1}\right)$ con momento angolare :

$$C = \frac{C_1}{n} = 3,1313 \cdot 10^{10} \frac{K_m^2}{sec}$$

e velocità orbitale di equilibrio : $v_0 = V_1 \cdot n = 4,2392 \frac{K_m}{sec}$.

Essendo relativamente basso il valore della velocità, la perturbazione che si produce per gli urti che casualmente si possono verificare, risulterà piuttosto modesta .

Dopo l'urto, generalmente, si ha quindi una particella che rimane sulla stessa falda con un'orbita più eccentrica e l'altra che passa sulla falda inferiore, alla quale è associato il numero $n = 1$.

I primi individuano una famiglia e vengono indicati come **Transplutoniani**, mentre i secondi, che si muovono nella falda in cui orbita il pianeta **Plutone**, vengono definiti **Plutini**.

Quando, eccezionalmente, la riduzione di energia specifica che si verifica sulla seconda particella è elevata, essa passa alle falde inferiori associate a valori di n più elevati, ma comunque non si va mai oltre Giove.

L'insieme di questi oggetti che più difficilmente si individuano come famiglia viene indicato con il nome di **Centauri**.

Anche nella fascia degli asteroidi si ha un numero molto elevato di oggetti in orbita, la maggior parte dei quali sulle falde centrali che sono associate ai numeri $n = 3 \cdot \sqrt{\frac{4}{3}}$ e $n = 4$.

Anche in questo caso, i corpi che hanno maggiori dimensioni percorrono orbite imperturbate e poco eccentriche.

La velocità di equilibrio delle particelle in movimento, **in questa zona**, **vale** : $V_0 = V_1 \cdot 4 = 19,58 \frac{K_m}{sec}$, **valore molto più elevato di quello che si aveva nella fascia di Kuiper**.

Per questa ragione, **anche le variazioni dell'energia**, **che gli urti tra le particelle producono saranno molto elevate**.

Il risultato finale prodotto da questa situazione è che l'aumento di velocità che si produce dopo l'urto, dà origine a una famiglia molto numerosa di oggetti che hanno lo stesso valore di C_n , ma percorrono orbite con una eccentricità estremamente variabile fino a raggiungere l'afelio in prossimità del confine della sfera planetaria del Sistema Solare.

Proprio per la forma eccentrica delle orbite, questi oggetti si trovano sempre a temperature molto basse che diventano apprezzabili solo in prossimità del perielio, dove si manifestano con lunghe scie di gas. Questa famiglia viene indicata con il nome di **comete**.

Le teorie correnti ritengono le comete provenienti dalla "**nube di Oort**" dalla quale sarebbero sfuggite in seguito a fenomeni non conosciuti e, dopo molte perturbazioni casuali, le loro orbite avrebbero assunto l'assetto attuale.

Casualmente gli eventi che si sono verificati sono stati tali da portarle ad avere tutte lo stesso valore della velocità areolare casualmente coincidente con quello delle orbite stabili della fascia degli asteroidi. **L'ipotesi è comunque ancora molto discussa**.

E' ragionevole pensare che tutte queste coincidenze non siano altro che una conferma dell'origine da noi proposta.

Per le particelle che durante l'urto subiscono una riduzione della velocità, si presenta la situazione che abbiamo già visto per la fascia di Kuiper, con la differenza che in questo caso la riduzione è molto più consistente e quindi le orbite della famiglia di oggetti che si genera si spingono fino alle falde più interne, associate a valori $n \geq 12$.

Anche se questi oggetti hanno una origine assolutamente identica a quella delle comete, percorrono un'orbita che si sviluppa per la gran parte in prossimità del Sole.

Dunque essi hanno avuto molto tempo a disposizione per perdere le componenti gassose, mettendo a nudo il loro nucleo.
Questi asteroidi vengono normalmente indicati come oggetti Apollo.