

**Tutti i satelliti hanno un nucleo interno rotante, tuttavia solo quelli di Titania ed Oberon hanno dimensioni apprezzabili e quindi tali da poter sviluppare, per attrito interno, l'energia termica richiesta per produrre in superficie fenomeni vulcanici visibili.**

La velocità di rotazione dei nuclei è uguale a quella di rivoluzione dei satelliti

$$\text{e vale : } v_T = v_{nT} = \left( \frac{K_U^2}{R_T} \right)^{\frac{1}{2}} = 3,702 \frac{K_m}{\text{sec}} ; v_O = 3,199 \frac{K_m}{\text{sec}}$$

In entrambi i casi le dimensioni dei nuclei e le velocità di rotazione sono relativamente basse, per cui anche l'energia termica sviluppata sarà bassa.

Essendo però i satelliti formati da materiali aventi bassa temperatura di

fusione, in superficie si potranno comunque sviluppare apprezzabili effetti termici.

**4 – Saturno** : sono noti :

$$m_{Sa} = 568,8 \cdot 10^{24} K_g ; K_{Sa}^2 = \beta \cdot m_{Sa} = 37953692 \frac{K_m^3}{\text{sec}^2}$$

il punto neutro vale :

$$R_{NSaS}^* = \frac{R_{Sa}}{1 + \left( \frac{m_S}{m_{Sa}} \right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1429,4 \cdot 10^6 K_m}{1 + \left( \frac{1,9891 \cdot 10^{30}}{568,8 \cdot 10^{24}} \right)^{\frac{1}{2}}} = 23769641 K_m$$

Il raggio della sfera rotante che sostiene il moto di rivoluzione risulta :

$$r_{Sa0} = \left( \frac{m_{Sa}}{m_S} \right) \cdot R_{Sa} = 408749 K_m > 60268 K_m.$$

**Non si ha alcun nucleo interno rotante e quindi nemmeno produzione di energia termica per attrito.**

Calcolando il punto neutro tra i satelliti più importanti ed il pianeta ed il raggio della sfera rotante che sostiene il moto di rivoluzione, si trova :

$$\begin{aligned} \text{Mimas} - \quad R_{\text{NMSa}} &\simeq \left( \frac{m_{\text{M}}}{m_{\text{Sa}}} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot R_{\text{M}} \\ &= (66 \cdot 10^{-9})^{\frac{1}{2}} \cdot 185520 \text{ K}_m = 47,66 \text{ K}_m < 196 \text{ K}_m \\ r_{\text{M0}} &= \left( \frac{m_{\text{M}}}{m_{\text{Sa}}} \right) \cdot R_{\text{M}} = 0,012 \text{ K}_m \ll 196 \text{ K}_m \end{aligned}$$

$$\text{Encelado} - \quad R_{\text{NESa}} \simeq (1 \cdot 10^{-7})^{\frac{1}{2}} \cdot 238020 \text{ K}_m = 75,27 \text{ K}_m < 250 \text{ K}_m$$

$$r_{\text{E0}} = 0,024 \text{ K}_m \ll 250 \text{ K}_m$$

$$\text{Teti} - \quad R_{\text{NTeSa}} \simeq (11 \cdot 10^{-7})^{\frac{1}{2}} \cdot 294660 \text{ K}_m = 309,1 \text{ K}_m < 526 \text{ K}_m$$

$$r_{\text{Te0}} = 0,324 \text{ K}_m \ll 526 \text{ K}_m$$

$$\text{Dione} - \quad R_{\text{NDSa}} \simeq (193 \cdot 10^{-8})^{\frac{1}{2}} \cdot 377400 \text{ K}_m = 524,3 \text{ K}_m < 560 \text{ K}_m$$

$$r_{\text{D0}} = 0,728 \text{ K}_m \ll 560 \text{ K}_m$$

$$\text{Rea} - \quad R_{\text{NRSa}} \simeq (406 \cdot 10^{-8})^{\frac{1}{2}} \cdot 527040 \text{ K}_m = 1062 \text{ K}_m > 764 \text{ K}_m$$

$$r_{\text{R0}} = 2,14 \text{ K}_m \ll 764 \text{ K}_m$$

$$\text{Titano} - \quad R_{\text{NTiSa}} \simeq (237 \cdot 10^{-6})^{\frac{1}{2}} \cdot 1221830 \text{ K}_m = 18810 \text{ K}_m > 2575 \text{ K}_m$$

$$r_{\text{Ti0}} = 289,6 \text{ K}_m < 2575 \text{ K}_m$$

$$\text{Iperione} - \quad R_{\text{NI Sa}} \simeq (4 \cdot 10^{-8})^{\frac{1}{2}} \cdot 1481100 \text{ K}_m = 296,2 \text{ K}_m > 130 \text{ K}_m$$

$$r_{\text{I0}} = 0,059 \text{ K}_m \ll 130 \text{ K}_m$$

**Giapeto** –  $R_{\text{NGSa}} \simeq (28 \cdot 10^{-7})^{\frac{1}{2}} \cdot 3561300 K_m = 5959 K_m > 718 K_m$

$$r_{\text{G0}} = 9,972 K_m < 718 K_m$$

**Febe** –  $R_{\text{NFSa}} \simeq (7,03 \cdot 10^{-9})^{\frac{1}{2}} \cdot 12952000 K_m = 1086 K_m > 110 K_m$

$$r_{\text{F0}} = 0,091 K_m \ll 110 K_m$$

**Tutti i satelliti fino a Dione hanno il punto neutro interno e quindi non hanno una massa sufficiente per poter restare in equilibrio sulle rispettive orbite.**

**Essi perdono dunque continuamente materiale dalla loro superficie rivolta a Saturno.**

I detriti che così vengono prodotti si distribuiscono su un disco che si estende fino alla superficie del pianeta, dividendosi, secondo i meccanismi che sono stati descritti, in tanti anelli con confini in corrispondenza delle masse che presentano dimensioni apprezzabili.

**Gli anelli di Saturno, come, del resto, quelli che circondano altri pianeti, rappresentano dunque il risultato del processo di disgregazione dei satelliti di piccole dimensioni che orbitano in prossimità del pianeta.**

Essi costituiscono comunque un passaggio intermedio, in quanto tutti i detriti sono destinati a cadere lentamente sulla superficie del pianeta, percorrendo la curva a spirale.

Tutti gli altri satelliti presentano punto neutro esterno, quindi la loro superficie è completamente stabile.

Il secondo risultato è che tutti i satelliti presentano un nucleo interno rotante. Le dimensioni dei nuclei sono però quasi sempre estremamente ridotte, per cui non si ha praticamente alcun fenomeno termico apprezzabile.

**Fanno eccezione a questa regola Titano, Giapeto e, forse Rea.**

Per questi tre satelliti, la velocità di rotazione su se stesso del nucleo interno risulta :

$$V_{Ti} = V_{nTi} = \left( \frac{K_{Sa}^2}{R_{Ti}} \right)^{\frac{1}{2}} = \left( \frac{37953692 \frac{K_m^3}{sec^2}}{1221830 K_m} \right)^{\frac{1}{2}} = 5,573 \frac{K_m}{sec}$$

$$V_G = V_{nG} = 3,265 \frac{K_m}{sec} ; \quad V_R = V_{nR} = 8,486 \frac{K_m}{sec}$$

Per quanto riguarda il satellite **Rea**, essendo il nucleo di dimensioni molto ridotte, l'energia termica che esso sviluppa, anche se può produrre la fusione dei materiali presenti al centro del satellite, non riesce comunque a produrre alcun effetto sulla superficie, la quale rimane così immutata nel tempo .

**Decisamente più elevato è il valore dell'energia termica che sviluppa il nucleo rotante di Giapeto.**

**In questo caso, abbiamo un satellite composto per oltre il 50 % da**

**ghiaccio d'acqua e quindi il basso punto di fusione rende possibile il verificarsi di fenomeni termici in superficie.**

Il nucleo interno di Titano, con un raggio di  $289,6 K_m$  , nel Sistema Solare, è secondo solo a quello terrestre.

**Anche se la sua velocità di rotazione non è molto elevata, l'energia termica che viene sviluppata è notevole e quindi certamente capace di sviluppare in superficie fenomeni vulcanici anche vistosi.**

E' necessario però tenere presente che, essendo, in questo caso, il nucleo perfettamente al centro del satellite, l'energia termica generata si distribuisce più o meno uniformemente su tutta la superficie.

In questo caso si ha quindi la produzione di un elevato numero di fenomeni aventi però intensità minore di quelli terrestri.

Ricaviamo ora il valore del raggio delle orbite circolari stabili associate ai satelliti con elevati valori di eccentricità orbitale.

$$\text{Thrym} - \quad 20295000 \cdot (1 - 0.513^2) = 14953985 K_m$$

<b>Erriapo</b> –	$18160000 \cdot (1 - 0.625^2) = \mathbf{11066250} K_m$
<b>Mundilfari</b> –	$18131000 \cdot (1 - 0.284^2) = \mathbf{16668626} K_m$
<b>Tarvos</b> –	$17207000 \cdot (1 - 0.619^2) = \mathbf{10613949} K_m$
<b>Skadi</b> –	$15755000 \cdot (1 - 0.206^2) = \mathbf{15086421} K_m$
<b>Paaliaq</b> –	$14943000 \cdot (1 - 0.464^2) = \mathbf{11725832} K_m$
<b>Phoebe</b> –	$12952000 \cdot (1 - 0.16326^2) = \mathbf{12606780} K_m$
<b>Ijiraq</b> –	$11430000 \cdot (1 - 0.364^2) = \mathbf{9915571} K_m$
<b>Kiviuq</b> –	$11205000 \cdot (1 - 0.154^2) = \mathbf{10939262} K_m$
<b>Iapetus</b> –	$3561300 \cdot (1 - 0.02828^2) = \mathbf{3558452} K_m$
<b>Hyperion</b> –	$1481100 \cdot (1 - 0.10400^2) = \mathbf{1465080} K_m$
<b>Titan</b> –	$1221830 \cdot (1 - 0.02919^2) = \mathbf{1220789} K_m$

Ricaviamo ora lo schema orbitale di Saturno assumendo per il punto neutro il valore :

$$R_1 = 23,8 \cdot 10^6 K_m.$$

Si ottiene :

$$T_1 = \left( \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R_1^3}{K_{Sa}^2} \right)^{\frac{1}{2}} = 1370,58 \text{ g} \quad ; \quad V_1 = 1,26281 \frac{K_m}{sec}$$

Le relazioni che descrivono il sistema saranno :

$$R_n = \frac{23,8 \cdot 10^6 K_m}{n^2 m^2 q^2} \quad ; \quad T_n = \frac{1370,58 \text{ g}}{n^3 m^3 q^3}$$

$$V_n = 1,26281 \frac{K_m}{sec} \cdot n m q$$

23800000                      5950000                      2644444 (1487500) 952000 6611111 485714 (371875)  
 ↓                                      ↓                                      ↑                      ↓                      ↑                      ↓                      ↑                      ↓                      ↑  
 (17850000) (11900000) ↑ 4462500 2975000 1983333 (1115625) 714000 (495833)  
    ↓                      ↑                      ↓                      ↑  
 (13387500) 8925000 (3346875)

(293827)-(238000)-(196694) •165278•(140828) •121429•105778•92969•82353•73457•65928•  
 265913 217347 180986 153053 131129 113604 99374 87661 77905 (anelli)

•73457•65928•59500  
 69693 62714(anelli)

Come abbiamo visto, gli unici satelliti che possiedono un nucleo rotante di dimensioni tali da produrre energia termica apprezzabile sono **Rea, Giapeto e Titano**.

Per poter stimare gli effetti che questa energia prodotta all'interno genera in superficie, la confrontiamo con quella che si produce nel nucleo terrestre, di cui sono ben conosciuti effetti.

Richiamiamo dunque le caratteristiche dinamiche dei tre satelliti.

	<b>Rea</b>	<b>Giapeto</b>	<b>Titano</b>
massa	$m_{Re} = 2,49 \cdot 10^{21} K_g$	$m_{Gi} = 1,88 \cdot 10^{21} K_g$	$m_{Ti} = 1,35 \cdot 10^{23} K_g$
spazio rotante	$K_{Re}^2 = 166,15 \frac{K_m^3}{sec^2}$	$K_{Gi}^2 = 125,44 \frac{K_m^3}{sec^2}$	$K_{Ti}^2 = 9008 \frac{K_m^3}{sec^2}$
velocità di fuga	$V_f = 0,663 \frac{K_m}{sec}$	$V_f = 0,586 \frac{K_m}{sec}$	$V_f = 2,645 \frac{K_m}{sec}$
raggio del satellite	$r_{SRe} = 764 K_m$	$r_{SGi} = 718 K_m$	$r_{STi} = 2575 K_m$

	<b>Rea</b>	<b>Giapeto</b>	<b>Titano</b>
velocità di rivoluzione	$V_{Re} = 8,486 \frac{K_m}{sec}$	$V_{Gi} = 3,265 \frac{K_m}{sec}$	$V_{Ti} = 5,573 \frac{K_m}{sec}$
raggio del nucleo rot	$r_{R0} = 2,14 K_m$	$r_{Gi0} = 9,972 K_m$	$r_{Ti0} = 289,6 K_m$
punto neutro	$R_{NRe} = 1062 K_m$	$R_{NGi} = 5959 K_m$	$R_{NTi} = 18810 K_m$
densità del satellite	$\delta_{Re} = 1,24 \frac{g}{cm^3}$	$\delta_{Gi} = 1,02 \frac{g}{cm^3}$	$\delta_{Ti} = 1,88 \frac{g}{cm^3}$
acc. gravitazionale	$a_g = 0,2846 \frac{m}{sec^2}$	$a_g = 0,2433 \frac{m}{sec^2}$	$a_g = 1,3585 \frac{m}{sec^2}$

Per un calcolo chiaramente molto approssimato, consideriamo la produzione di energia interna direttamente proporzionale al volume del nucleo rotante ed al quadrato della sua velocità di rotazione.

Dato che l'energia prodotta all'interno si trasmette alla superficie, prendiamo in considerazione gli effetti che si manifestano sulla superficie unitaria, che si potranno indicare con una relazione del tipo :

$$E_s = \alpha_1 \cdot \frac{E}{S} = \alpha_1 \cdot \frac{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_0^3 \cdot \delta \cdot V_0^2}{4 \cdot \pi \cdot r_s^2} = \alpha \cdot \frac{\delta \cdot r_0^3 \cdot V_0^2}{r_s^2}$$

assumendo dunque come riferimento la Terra, si avrà :

$$\frac{E_{SRe}}{E_{ST}} = \frac{\delta_{Re}}{\delta_T} \cdot \left( \frac{r_{0Re}}{r_{0T}} \right)^3 \cdot \left( \frac{V_{0Re}}{V_{0T}} \right)^2 \cdot \left( \frac{r_{ST}}{r_{SRe}} \right)^2$$

sostituendo i valori numerici, si ottiene :

$$\frac{E_{SRe}}{E_{ST}} = 136,62 \cdot 10^{-9} ; \frac{E_{SGi}}{E_{ST}} = 1853,9 \cdot 10^{-9} ; \frac{E_{STi}}{E_{ST}} = 19,5 \cdot 10^{-3}$$

Per poter valutare gli effetti che si associano a questi valori numerici, bisogna considerare il peso della densità dei materiali interessati, il valore dell'azione gravitazionale che il satellite esercita sulla sua superficie e le forze di marea che il pianeta esercita sui satelliti.

Con riferimento alla situazione che abbiamo rappresentato in figura 18 a pagina 56 , l'accelerazione che si manifesta sulla superficie del satellite vale :

$$a_m = \frac{K_p^2}{r_s^2} \cdot \left[ \frac{1}{4} \cdot \frac{K_s^2}{K_p^2} \cdot \left( \frac{r_s}{R_p} \right)^3 - 1 \right]$$

Il rapporto fra la componente di marea e quella gravitazionale esercitata dal satellite sarà :

$$\frac{\Delta a}{a_g} = \frac{1}{4} \cdot \frac{K_s^2}{K_p^2} \cdot \left( \frac{r_s}{R_p} \right)^3$$

Eseguendo i calcoli per la Terra (solo la componente solare) ed i tre satelliti che abbiamo considerato, si ricava :

$$\text{Terra - Sole : } \left( \frac{\Delta a}{a_g} \right)_T = 6,448 \cdot 10^{-9}$$

$$\text{Rea - Saturno : } \left( \frac{\Delta a}{a_g} \right)_{Re} = 17,40 \cdot 10^{-5}$$

$$\text{Giapeto - Saturno : } \left( \frac{\Delta a}{a_g} \right)_{Gi} = 6,199 \cdot 10^{-7}$$



Titano – Saturno :

$$\left( \frac{\Delta a}{a_g} \right)_{Ti} = 9,860 \cdot 10^{-6}$$

Per quanto riguarda Rea, non si hanno in superficie apprezzabili fenomeni termici dovuti al piccolo nucleo rotante, mentre piuttosto vistose risultano le maree, che raggiungono valori circa **30000 volte** quelli terrestri.

Tenendo conto che la rotazione è sincrona, l'effetto prodotto da queste forze, agenti sempre nello stesso punto, può essere una deformazione permanente del satellite.

L'energia specifica che produce Giapeto è circa **14 volte** quella prodotta da **Rea** e dunque può essere sufficiente per produrre fenomeni vulcanici visibili, soprattutto se si considera la bassissima densità dei materiali.

Se consideriamo che la velocità di emissione dei materiali fusi aventi bassa densità può raggiungere valori anche di  $1 \frac{K_m}{sec}$  (**vedi il satellite Io**), **ben oltre il valore della velocità di fuga, vediamo che la frazione più leggera dei materiali fusi che vengono eruttati riesce ad uscire dallo spazio rotante di Giapeto per entrare sotto l'azione diretta di Saturno.**

La frazione più pesante, che viene eruttata con minore velocità, ricade invece sulla superficie del satellite senza uscire dallo spazio rotante.

**Il materiale più leggero, che viene emesso nella direzione del moto di rivoluzione, acquista una velocità maggiore di quella richiesta per restare in equilibrio sull'orbita percorsa da Giapeto,  $V_{Gi} = 3,265 \frac{K_m}{sec}$ , e quindi si allontana definitivamente su orbite più esterne dello spazio rotante centrale di Saturno.**

Nella direzione opposta a quella di rivoluzione del pianeta, la velocità finale dei materiali emessi risulta minore di  $V_{Gi}$  e quindi essi tendono a spostarsi verso l'interno percorrendo una spirale.

Dunque, inizialmente questi ultimi occupano sostanzialmente la stessa orbita del pianeta, la quale viene però percorsa con una velocità minore di quella di equilibrio.

Giapeto, che si muove sulla stessa orbita con la velocità di equilibrio  $V_{Gi}$ , in un tempo più o meno breve, raggiunge la nube di materiali leggeri in orbita, che si deposita così sull'emisfero anteriore del satellite.

**In definitiva, con questo meccanismo, viene realizzato il trasferimento dei materiali leggeri dall'emisfero posteriore a quello anteriore.**

**Se si considera che il moto di rotazione è SINCRONO, il trasferimento avviene sempre tra le stesse superficie, per cui quella posteriore sarà sempre più ricca di materiali pesanti, mentre quella anteriore sarà più ricca di quelli più volatili.**

Questo processo spiega la differente luminosità dei due emisferi di Giapeto.

L'energia specifica che si trasferisce sulla superficie del satellite **Titano** vale circa **10500 volte** quella di Giapeto.

Del resto, il nucleo rotante di Titano, nel Sistema Solare, risulta secondo solo a quello terrestre e dunque l'energia che, con la rotazione sviluppa è notevole, precisamente **1,95%** di quella della Terra.

Bisogna però tenere presente che, in questo caso, abbiamo materiali con densità molto bassa in uno spazio con bassa azione gravitazionale, per cui i fenomeni che si producono, a parità di energia in gioco, risultano molto più vistosi di quelli terrestri.

Inoltre, il rapporto tra la componente di marea e quella gravitazionale della accelerazione, nel caso del satellite Titano risulta circa **1530 volte** maggiore di quella presente sulla Terra.

Per effetto della rotazione sincrona, le maree producono i loro effetti sempre nello stesso punto con conseguente accumulo di materiali più fluidi. Questo contribuisce a produrre fenomeni sempre più vistosi.

**5 – Giove** : sono noti i seguenti dati :

$$m_G = 1899,4 \cdot 10^{24} K_g ; K_G^2 = 126739174 \frac{K_m^3}{sec^2} ; R_{NGS} = 23332686 K_m$$

il raggio della sfera rotante che sostiene il moto di rivoluzione vale :