Psiche – $T_p = 4,30$ h

$\mathbf{m} = \mathbf{2,388 \cdot 10^{19}}\ K_g$; $\mathbf{m_x} = \mathbf{4,72 \cdot 10^{17}}\ K_g$; $\mathbf{d} = \mathbf{213}\ K_m$

Giunone - $T_p = 7,21$ h

$\mathbf{m} = \mathbf{1,029 \cdot 10^{19}}\ K_g$; $\mathbf{m_x} = \mathbf{6,43 \cdot 10^{17}}\ K_g$; $\mathbf{d} = \mathbf{227}\ K_m$

Davida – $T_p = 5,17$ h

$\mathbf{m} = \mathbf{2,998 \cdot 10^{19}}\ K_g$; $\mathbf{m_x} = \mathbf{5,93 \cdot 10^{17}}\ K_g$; $\mathbf{d} = \mathbf{260}\ K_m$

Eros – $T_p = 5,27$ h

$\mathbf{m} = \mathbf{9,728 \cdot 10^{18}}\ K_g$; $\mathbf{m_x} = \mathbf{!,37 \cdot 10^{18}}\ K_g$; $\mathbf{d} = \mathbf{181}\ K_m$

7 – Marte : sono note le posizioni ed i periodi di rivoluzione dei due satelliti.

Phobos – $R_P = \mathbf{9374}\ K_m$; $T_P = \mathbf{0,31891}$ g

dim = $(\mathbf{26,3 \cdot 22,4 \cdot 18,4})\ K_m^3$

Deimos – $R_D = \mathbf{23458}\ K_m$; $T_D = \mathbf{1,26244}$ g

dim = $(\mathbf{10,4 \cdot 12,2 \cdot 15})\ K_m^3$

Si ricavano i valori : $K_M^2 = V_P^2\ R_P = V_D^2\ R_D = \mathbf{42832}\ \frac{K_m^3}{sec^2}$;

$$m_M = \frac{K_M^2}{\beta} = \mathbf{0,64191 \cdot 10^{24}}\ K_g$$

Il punto neutro risulta :

$$R_{NMS} = \frac{R_M}{\mathbf{1} + \left(\frac{\mathbf{m_S}}{\mathbf{m_M}}\right)^{\frac{1}{2}}} = \mathbf{129562}\ K_m$$

Se i due satelliti si trovano su " possibili " orbite stabili, dovrà essere :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{R_1}{n_P^2} &= \mathbf{9374}\ K_m \\ \frac{R_1}{n_D^2} &= \mathbf{23458}\ K_m \end{aligned} \right\} \quad \text{con } R_1 = R_{NMS} = \mathbf{129562}\ K_m$$

Si ricava dunque : $$\frac{n_P}{n_D} = \left(\frac{23458}{9374}\right)^{\frac{1}{2}} = \mathbf{1,5819}$$

La coppia di valori che meglio approssima tale rapporto risulta $\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{5}}$ oppure

$\frac{\mathbf{6}}{\mathbf{4}}$ che però forniscono, entrambi, valori inaccettabili per R_1.

Questo risultato ed altre considerazioni ci portano a pensare che i due satelliti non siano su orbite stabili.

Ipotizziamo dunque che essi rappresentino un unico vecchio satellite spezzato in due parti da un impatto schematizzabile come in figura.

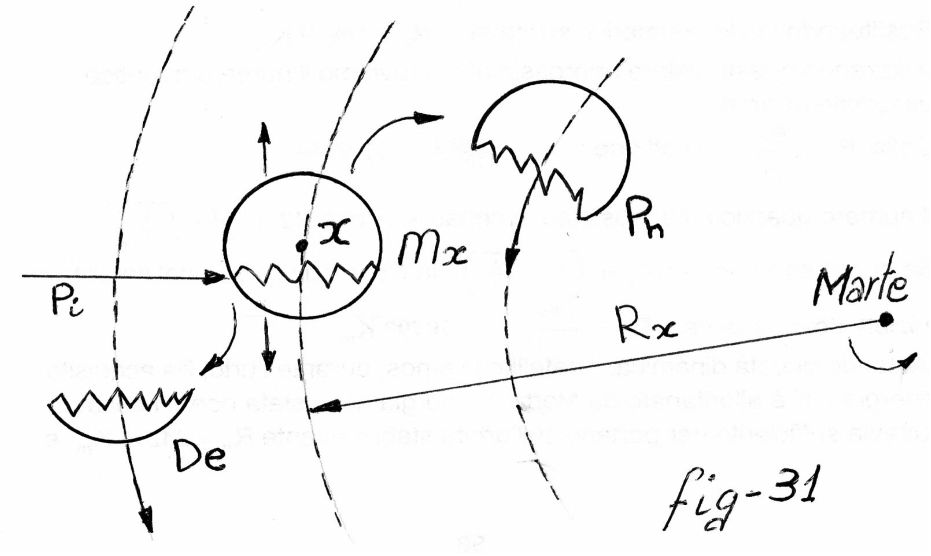

fig-31

Le dimensioni dei satelliti fornite dall'osservazione, lungo i tre assi, risultano praticamente complementari, precisamente :

$$\textbf{Phobos} - V_P = (26{,}8 \cdot 21{,}6 \cdot 18{,}8)\ K_m^3$$

$$\textbf{Deimos} - V_D = (10{,}4 \cdot 12{,}2 \cdot 15{,}0)\ K_m^3$$

Essendo la spaccatura asimmetrica, il frammento più piccolo, **Deimos**, avrà una maggiore percentuale di elementi superficiali leggeri. Sarà ragionevole quindi pensare che abbia una minore densità media.

Supponiamo che sia $\delta_D \simeq 0{,}85 \cdot \delta_P$ e che si possa trascurare il momento angolare del proiettile incidente rispetto al centro del pianeta Marte.

Con queste ipotesi semplificative, indicando con V il volume dei satelliti e con **x** il satellite primordiale, il principio di conservazione del momento della quantità di moto impone che sia :

$$m_x\, V_x\, R_x = m_P\, V_P\, R_P + m_D\, V_D\, R_D$$

che si può anche scrivere :

$$m_x\, K_M\, R_x^{\frac{1}{2}} = m_P\, K_M\, R_P^{\frac{1}{2}} + m_D\, K_M\, R_D^{\frac{1}{2}}$$

semplificando si ottiene :

$$m_x\, R_x^{\frac{1}{2}} = m_P\, R_P^{\frac{1}{2}} + m_D\, R_D^{\frac{1}{2}}$$

sostituendo $m = \delta \cdot V$, si può scrivere :

$$R_x^{\frac{1}{2}} = \frac{V_P\, R_P^{\frac{1}{2}} + 0{,}85\, V_D\, R_D^{\frac{1}{2}}}{V_P + 0{,}85\, V_D}$$

Sostituendo i valori numerici, si ricava :

362

$$R_x = 10819\ K_m$$

utilizzando questo valore approssimato, ricaviamo il numero quantico associato all'orbita .

Dalla $R_x = \dfrac{R_{NMS}}{n_x^2}$ si ottiene : $n_x^2 = \frac{129562}{10819} = \mathbf{11,9754}$

Il numero quantico più prossimo accettabile risulta $12 = \left(3 \cdot \sqrt{\frac{4}{3}}\right)^2$.

Se si assume dunque $n_x = \left(3 \cdot \sqrt{\frac{4}{3}}\right)$, **la distanza corretta del satellite primordiale dovrà essere** :

$$R_x = \frac{129562\ K_m}{12} = 10797\ K_m$$

Secondo questa dinamica, **il satellite Deimos**, durante l'urto, ha acquisito energia e si è allontanato da Marte.

L'energia acquistata non è risultata tuttavia sufficiente per portarlo sull'orbita stabile avente $R_n = \mathbf{24293}\ K_m$ **e quindi dovrà " cadere " su quella che la precede con** $R_n = \mathbf{18220}\ K_m$.

Il satellite Phobos invece "cade", lentamente, sul pianeta percorrendo una spirale.

Utilizzando l'osservazione secondo la quale oggi Phobos si avvicina a Marte con una velocità di circa 2 m / 100 anni, se, in prima approssimazione, riteniamo che tale velocità non abbia subito variazioni nel tempo, possiamo datare l'impatto con la relazione :

$$t = \frac{R_x - R_{Ph}}{2\ m} \cdot 100\ a = \frac{(10797 - 9374)\ K_m}{2\ m} \cdot 100\ a \simeq 70 \cdot 10^6 \text{anni}$$

Questo risultato potrebbe costituire una valida prova a favore della ipotesi che nella stessa epoca si sia verificata sulla Terra la caduta di

grandi asteroidi che hanno provocato l'estinzione di un gran numero di specie animali.

Possiamo, a questo punto, calcolare le caratteristiche orbitali dell' intero sistema Marziano.

$$V_1 = \left(\frac{K_M^2}{R_1} \right)^{\frac{1}{2}} = \mathbf{0,575} \ \frac{K_m}{sec}$$

$$T_1 = \left[\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R_1^3}{K_M^2} \right]^{\frac{1}{2}} = \mathbf{16,387} \ g$$

Si avranno quindi le relazioni :

$$R_n = \frac{\mathbf{129562} \ K_m}{\mathbf{n^2 \ m^2 \ q^2}} \quad ; \quad T_n = \frac{\mathbf{16,387} g}{\mathbf{n^3 \ m^3 \ q^3}}$$

$$V_n = \mathbf{0,575} \ \frac{K_m}{sec} \cdot n \ m \ q$$

lo schema orbitale completo risulta il seguente.

129562 32390 14396 8097,6 5182,5 3598,9• • • • • •
↓ ↓ ↑ ↓ ↑ ↓ ↑ ↓ ↑
97171 64781 24293 16195 (10797) 6073,2 3886,9
↓ ↑ ↓ ↑ ↓ ↑
72879 48586 18220

Calcoliamo, infine, il raggio della sfera rotante che sostiene il moto di rivoluzione del pianeta.

$$r_{M0} = \left(\frac{m_M}{m_S} \right) \cdot R_M = \frac{0{,}64191 \cdot 10^{24}}{1{,}9891 \cdot 10^{30}} \cdot 227{,}94 \cdot 10^6 \ K_m = \mathbf{73,56} \ K_m < \mathbf{3396,2} \ K_m$$

Marte presenta dunque un nucleo interno rotante su se stesso alla velocità :

$$v = V_n = \left(\frac{K_S^2}{R_M} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{132{,}725 \cdot 10^9 \ \frac{K_m^3}{sec^2}}{227{,}94 \cdot 10^6 \ K_m} \right)^{\frac{1}{2}} = \mathbf{24{,}13} \ \frac{K_m}{sec}$$

Pur essendo il nucleo di dimensioni modeste, la sua velocita' di rotazione è molto elevata e quindi l'energia termica che si sviluppa può essere sufficiente per generare in superficie fenomeni termici apprezzabili, anche se non vistosi.

Bisogna infatti tenere presente che, a differenza di quanto accade sulla Terra, in questo caso, il nucleo che genera l'energia si trova al centro del pianeta e quindi i fenomeni superficiali che esso produce avranno tendenza ad essere più distribuiti con conseguente riduzione della loro intensità.

A questo punto apriamo una piccola parentesi per fare una considerazione di carattere generale.

Abbiamo visto che lo spazio rotante solare, per avere il pianeta in equilibrio sull'orbita, impone alla massa planetaria m_p la rotazione alla velocità V_n ad una sfera di raggio r_{P0}.

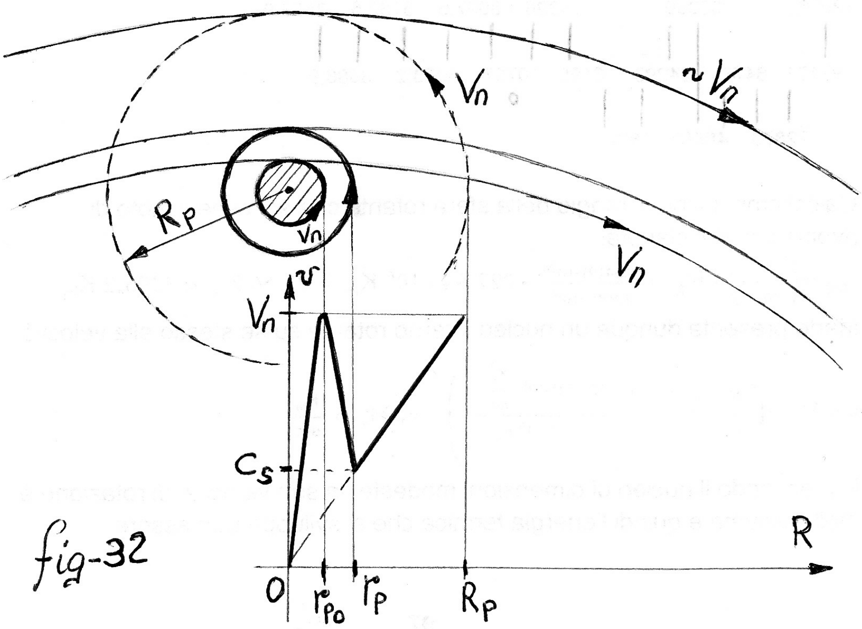

fig-32

La massa m_p, a seconda della densità, si realizzerà con una sfera di raggio r_p che può assumere un valore qualsiasi, che difficilmente sarà coincidente, per caso, con r_{P0}.

Se risulta $r_p > r_{P0}$, all'interno della sfera planetaria si genera un andamento della velocità di rotazione decrescente verso l'esterno in modo da produrre un momento angolare uguale e contrario a quello dei satelliti in orbita.

In questo caso, l'equilibrio viene raggiunto, con una sfera planetaria, solidale con il pianeta, avente un raggio minore del valore che si avrebbe in assenza di satelliti.
La situazione è quella schematizzata in figura 32.

Indicando con T_n il periodo di rivoluzione, con T_p quello di rotazione della sfera su se stessa, misurato sulla sua superficie, con c_s la velocità periferica di rotazione della superficie del pianeta, si potrà scrivere :

$$V_n = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_n}{T_n} \quad ; \quad V_n = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_{PS}}{T_P} \quad ; \quad T_P = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_P}{c_S}$$

da cui si ricava :

$$\frac{R_n}{T_n} = \frac{R_{PS}}{T_P} \quad ; \quad \frac{R_{PS}}{V_n} = \frac{r_P}{c_S}$$

e dunque il raggio della sfera planetaria in presenza di satelliti :

$$R_{PS} = \frac{T_P}{T_n} \cdot R_n$$

La sfera planetaria di Marte risulta :

$$R_{PSM} = \frac{T_P}{T_n} \cdot R_M = \frac{1{,}02595676 \text{ g}}{1{,}881 \text{ a}} \cdot 227{,}94 \cdot 10^6 \ K_m = \mathbf{340379} \ K_m$$

366

Verifichiamo, infine, la stabilità dei satelliti sulle orbite.

$$R_D \geq \left[\frac{\delta_M}{\delta_D} \cdot \frac{r_M^3}{r_D} \right]^{\frac{1}{2}}$$

numericamente si ottiene :

$$R_D = \left[\frac{3{,}94}{1{,}7} \cdot \frac{(3396{,}2\ K_m)^3}{6{,}1\ K_m} \right]^{\frac{1}{2}} = \mathbf{121997}\ K_m > \mathbf{23458}\ K_m$$

Deimos, nella posizione attuale, perde continuamente massa dalla superficie rivolta verso Marte.

Per Phobos si ricava $R_F = \mathbf{83000}\ K_m > \mathbf{9374}\ K_m$ e quindi anch'esso perde massa dalla superficie.

Entrambi i satelliti sono dunque destinati a frantumarsi, formando una spirale di polvere e detriti vari diretti verso la superficie di Marte.

8 – Sistema Terra – Luna : in questo caso sono noti con precisione :

$$m_T = \mathbf{5{,}976 \cdot 10^{24}}\ K_g \ ; \ m_L = \mathbf{0{,}0123}\ m_T \ ; \ T_L = \mathbf{27{,}321661}\ g$$

si ricavano gli spazi rotanti :

$$K_T^2 = \beta \cdot m_T = \mathbf{398754}\ \frac{K_m^3}{sec^2} \quad ; \quad K_L^2 = \mathbf{4904{,}7}\ \frac{K_m^3}{sec^2}$$

Il raggio dell' orbita lunare, considerata circolare, vale :

$$R_L = \left[\frac{K_T^2 \cdot T_L^2}{4 \cdot \pi^2} \right]^{\frac{1}{3}} = \left[\frac{398754\ \frac{K_m^3}{sec^2} \cdot (27{,}321661\ g)^2}{4 \cdot \pi^2} \right]^{\frac{1}{3}} = \mathbf{383233}\ K_m$$

Durante il moto di rivoluzione del sistema, l'azione dello spazio rotante solare