Verifichiamo, infine, la stabilità dei satelliti sulle orbite.

$$R_D \geq \left[\frac{\delta_M}{\delta_D} \cdot \frac{r_M^3}{r_D} \right]^{\frac{1}{2}}$$

numericamente si ottiene :

$$R_D = \left[\frac{3{,}94}{1{,}7} \cdot \frac{(3396{,}2\ K_m)^3}{6{,}1\ K_m} \right]^{\frac{1}{2}} = \mathbf{121997}\ K_m > \mathbf{23458}\ K_m$$

Deimos, nella posizione attuale, perde continuamente massa dalla superficie rivolta verso Marte.

Per Phobos si ricava $R_F = \mathbf{83000}\ K_m > \mathbf{9374}\ K_m$ e quindi anch'esso perde massa dalla superficie.

Entrambi i satelliti sono dunque destinati a frantumarsi, formando una spirale di polvere e detriti vari, diretti verso la superficie di Marte.

8 – Sistema Terra – Luna : in questo caso sono noti con precisione :

$$m_T = \mathbf{5{,}976 \cdot 10^{24}}\ K_g \ ; \ m_L = \mathbf{0{,}0123}\ m_T \ ; \ T_L = \mathbf{27{,}321661}\ g$$

si ricavano gli spazi rotanti :

$$K_T^2 = \beta \cdot m_T = \mathbf{398754}\ \frac{K_m^3}{sec^2} \quad ; \quad K_L^2 = \mathbf{4904{,}7}\ \frac{K_m^3}{sec^2}$$

Il raggio dell' orbita lunare, considerata circolare, vale :

$$R_L = \left[\frac{K_T^2 \cdot T_L^2}{4 \cdot \pi^2} \right]^{\frac{1}{3}} = \left[\frac{398754\ \frac{K_m^3}{sec^2} \cdot (27{,}321661\ g)^2}{4 \cdot \pi^2} \right]^{\frac{1}{3}} = \mathbf{383233}\ K_m$$

Durante il moto di rivoluzione del sistema, l'azione dello spazio rotante solare cambia in rapporto al momento che viene considerato, per cui, le orbite che il nostro satellite percorre in un anno non sono tutte uguali.

Per questa ragione, normalmente, si assume come distanza media **Terra – Luna**, il valore medio tra il minimo ed il massimo raggiunti nell'arco dell'anno e si ottiene così :

$$R_{L0} = 384400\ K_m\ .$$

Il punto neutro rispetto al Sole vale :

$$R_{NTS} = \frac{R_T}{1 + \left(\frac{m_S}{m_T}\right)^{\frac{1}{2}}} = 258851\ K_m$$

$$R_{NLS} = \frac{R_T}{1 + \left(\frac{m_S}{m_L}\right)^{\frac{1}{2}}} = 28572,2\ K_m$$

Non essendo $R_L < R_{NTS}\ ;\ R_{NLS}$, nella posizione attuale, non si tratta di un sistema doppio.

E' certamente rilevante il fatto che su un numero di oltre **100** satelliti, presenti nel sistema Solare, la Luna sia l'unico in orbita ad una distanza $R_L > R_{NTS}$ **e che questo accada al satellite più vicino al Sole**.

Inoltre, tutti i satelliti in orbita a grandi distanze dai pianeti, **senza eccezioni**, hanno dimensioni notevolmente ridotte rispetto a quelli piu' prossimi, **mentre la Luna ha dimensioni notevoli**.

Per poter capire quali siano le ragioni che rendono possibile la sua posizione è necessario fare un'analisi dettagliata del sistema.

Innanzitutto ricordiamo che nessun pianeta è in grado di catturare un

satellite a distanza maggiore del suo punto neutro rispetto allo spazio rotante solare centrale, **in quanto l'azione di quest'ultimo comunque allontanerebbe gradualmente il satellite dal pianeta**.

Fatta eccezione per la Luna, non abbiamo nessun caso in cui questa regola non viene verificata.

La situazione presente nel sistema Terra – Luna ci deve dunque far sospettare che l'equilibrio sia instabile e che il satellite sia stato " acquisito " dalla Terra in circostanze molto diverse da quelle attuali.

Sappiamo infatti che il punto neutro **non e' una caratteristica propria** di un pianeta, ma dipende dalla posizione occupata nello spazio rotante centrale.

Per soddisfare quindi la condizione $R_L < R_{NTS}$, possiamo pensare che sia aumentata nel tempo la distanza R_L con R_{NTS} costante, partendo dal valore $R_L^* \leq \mathbf{258851}\ K_m$.

Oppure possiamo ritenere che sia diminuito nel tempo R_{NTS} con R_L costante, **partendo dal valore $R_{NTS}^* \geq \mathbf{383233}\ K_m$**.

La prima ipotesi si deve escludere in quanto implica l'esistenza di una forza repulsiva tra Terra e Luna alla distanza R_{NTS}, contraria all'esperienza ed alle previsioni teoriche secondo i meccanismi che abbiamo studiato.

Abbiamo infatti visto che un satellite in orbita ad una distanza minore di R_N è destinato ad avvicinarsi lentamente al centro del pianeta, passando per tutte le orbite circolari stabili di raggio R_n .
Il contrario succede per distanze maggiori.

Se dunque accettiamo la seconda ipotesi, utilizzando l'espressione nota del punto neutro, possiamo calcolare il valore minimo della distanza dal Sole in corrispondenza della quale la Terra può aver acquisito la Luna come satellite. Risulta :

369

$$R_{T0} \geq R_L \cdot \left[1 + \left(\frac{m_S}{m_T} \right)^{\frac{1}{2}} \right] = 221,48 \cdot 10^6 \; K_m$$

Nello spazio rotante solare, l'ultima orbita possibile, per la stabilità del sistema Terra - Luna, sarebbe dunque quella di Marte, corrispondente al numero quantico $n = 5$.

Essendo la massa della Luna relativamente grande, sarà possibile anche pensare che la coppia iniziale formasse un sistema doppio.

In questo caso, verifichiamo come e dove può essersi realizzato questo tipo di unione.

Per semplificare il calcolo, non avendo a disposizione dati storici, avanziamo l'ipotesi, che il rapporto tra le due masse, almeno in prima approssimazione, sia rimasto invariato nel tempo.

Durante il primo incontro, secondo quanto abbiamo visto, per poter formare un sistema doppio, doveva essere verificata la relazione :

$$\frac{R_{NTS0}}{R_{NLS0}} \simeq \left(\frac{m_T}{m_L} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{n_T^2}{n_L^2}$$

sostituendo i valori numerici, si ottiene :

$$\frac{n_T^2}{n_L^2} = \left(\frac{1}{0,0123} \right)^{\frac{1}{2}} = \mathbf{9,016} \qquad \text{assumiamo :} \quad \frac{n_T}{n_L} = 3$$

sono possibili i rapporti : $3/1$; $6/2$; $9/3 \cdots\cdots\cdots$.

Con la coppia $6/2$ si ottiene :

$$R_{NTS0} = R_{nL} \cdot n_T^2 = R_L \cdot \left(1 - e^2\right) \cdot n_T^2$$

con i valori numerici :

$$R_{NTS0} = 382078 \; K_m \cdot 36 = \mathbf{13754808} \; K_m$$

$$R_{NLS0} = R_{nL} \cdot n_L^2 = R_L \left(1 - e^2\right) \cdot \mathbf{2^2} = \mathbf{1528312} \; K_m$$

Utilizzando l'espressione nota del punto neutro, possiamo ricavare la distanza dal Sole in corrispondenza della quale può essersi verificata l'unione tra pianeta e satellite.

Risulta :

$$R_{T0} = R_{NTS0} \cdot \left[1 + \left(\frac{m_S}{m_T} \right)^{\frac{1}{2}} \right] = 7949 \cdot 10^6 \; K_m$$

Questo risultato può indicare che il sistema Terra – Luna, come, del resto, Plutone – Caronte e forse altri oggi distrutti, sia nato realmente come sistema doppio nella fascia di Kuiper durante la sua formazione, subito dopo l'esplosione della stella compagna del Sole, nel Sistema Solare primordiale.

Man mano che la coppia si avvicina al centro dello spazio rotante centrale, secondo il meccanismo che abbiamo già esposto, il legame diventa sempre meno rigido.

Quando si verifica la condizione : $R_{NLS1} \leq R_{nL} = \mathbf{382078} \; K_m$,
nel nostro caso alla distanza dal Sole

$$R_{T1} = \mathbf{382078} \; K_m \cdot \left[1 + \left(\frac{m_S}{m_L} \right)^{\frac{1}{2}} \right] = \mathbf{1988 \cdot 10^6} \; K_m ,$$

la Luna non riesce più a trattenere in orbita la Terra, la quale invece continua

371

a trattenere la Luna come satellite, in quanto si verifica ancora :

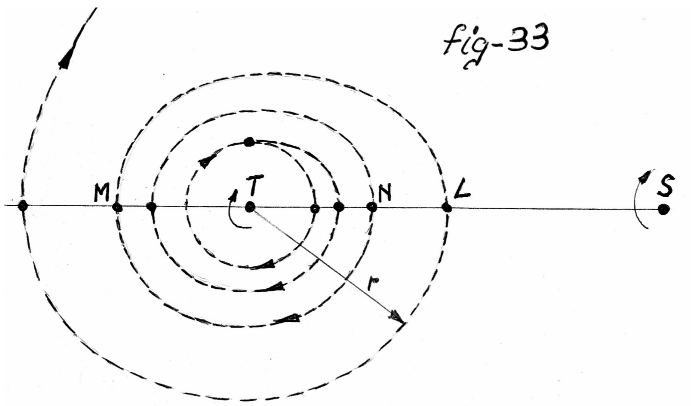
$$R_{NTS1} = \frac{R_{T1}}{1 + \left(\frac{m_S}{m_T} \right)^{\frac{1}{2}}} = \mathbf{3,44 \cdot 10^6}\ K_m > \mathbf{382078}\ K_m$$

Come abbiamo già visto, quando il sistema ha raggiunto l'orbita di Marte, si è verificata la condizione $R_{NTS} < R_L$ e la Luna ha iniziato ad allontanarsi gradualmente dall'orbita per passare poi sotto l'influenza diretta dello spazio rotante solare.

Questo è realmente quello che l'osservazione astronomica ci riferisce. La Luna, infatti, attualmente si allontana gradualmente dalla Terra con un ritmo di $3,8$ cm / anno.

Bisogna tuttavia considerare che, in realtà, nella condizione attuale, l'inerzia, unitamente all'accostamento, che si produce nei punti in corrispondenza dei quali Terra e Sole esercitano sulla Luna un'azione concorde, riesce ancora a consentire comunque l'equilibrio anche se piuttosto precario.

Se si hanno due spazi controrotanti, stellare e planetario, una sfera che si muova attraversando la congiungente nel punto **N**, può continuare la sua corsa in uno spazio oppure nell'altro in rapporto alla posizione del punto N ed alla massa della sfera satellite.
La situazione è quella che è illustrata in figura 33.



372

Se consideriamo la sfera in movimento puntiforme, possiamo dire che essa si trova in equilibrio nel punto N se le accelerazioni imposte dai due spazi rotanti risultano uguali in valore assoluto.

Si ricava così il valore del punto neutro della sfera planetaria rispetto allo spazio rotante solare :

$$R_{NS} = \frac{R_P}{1 + \left(\frac{m_S}{m_P} \right)^{\frac{1}{2}}}$$

Per $r > R_{NS}$ la massa satellite (puntiforme) abbandona il pianeta per entrare sotto l'influenza diretta dello spazio rotante centrale.

Se ora si considera una sfera reale, non puntiforme, che occupa dunque uno spazio rotante di raggio r_s, per poter definire la traiettoria, si deve prendere in considerazione la presenza della forza d'inerzia, la quale non consente un rapido cambiamento di orbita, ed obbliga il satellite ad allontanarsi dal pianeta gradualmente, seguendo una spirale deformata.

Con riferimento alla figura 33, durante il suo moto di rivoluzione il satellite si muove nello spazio rotante solare, variando sia la distanza dal centro dello spazio che la sua velocità relativa, per cui l'accelerazione che lo sollecita ad allontanarsi dal pianeta varia con legge sinusoidale avente frequenza doppia di quella di rivoluzione.

Il valore massimo viene raggiunto lungo la congiungente, nei punti **N** ed **M** e si può calcolare, approssimativamente, derivando l'espressione dell'azione del Sole sul satellite :

$$a_s = \left(\frac{V^2}{R} - \frac{K_S^2}{R^2} \right)$$

in cui V ed R variano nel tempo. Si ha dunque :

373

$$\Delta a \simeq \left(\frac{da}{dR} \right)_{V=cost} \cdot \Delta R + \left(\frac{da}{dV} \right)_{R=cost} \cdot \Delta V$$

Ponendo :

$$\Delta R = r \ ; \ \Delta V = v_s = \left(\frac{K_T^2}{R_L} \right)^{\frac{1}{2}} \quad ; \quad R = R_T \quad ; \quad V = V_T$$

eseguendo i calcoli, con semplici sostituzioni, si ricava :

$$a \simeq \frac{V_T^2}{R_T^2} \cdot r + 2 \cdot \frac{V_T}{R_T} \cdot v_s$$

Si hanno due componenti, entrambe positive (**centrifughe**), una associata alla posizione occupata dal satellite nello spazio rotante solare e l'altra alla sua velocità di rivoluzione nello spazio rotante del pianeta.

Per la Luna, sostituendo i valori numerici, si ottiene :

$$a_L = 15,238 \cdot 10^{-6} \ \frac{m}{sec^2} + 405,38 \cdot 10^{-6} \ \frac{m}{sec^2}$$

Per poter dare un significato a questi numeri, li confrontiamo con gli effetti di marea, ben conosciuti, che vengono prodotti dal Sole sulla Terra, calcolati utilizzando la stessa relazione.

Ponendo : $r = 6378 \ K_m \ ; \ v_s = 0,4651 \ \frac{K_m}{sec}$

si ottiene : $a_T = 0,253 \cdot 10^{-6} \frac{m}{sec^2} + 185,21 \cdot 10^{-6} \ \frac{m}{sec^2}$

Con riferimento alla figura 33, lungo la congiungente S – T, esiste un punto in corrispondenza del quale i due spazi rotanti, planetario e solare, impongono alla sfera satellite una velocità dello stesso valore ma verso contrario e quindi

la loro azione complessiva porta a mantenere la sfera in orbita sempre lungo la congiungente.
Si realizza così un moto rotorivoluente sincrono.

Imponendo dunque l'uguaglianza delle due velocità di rotazione, ricaviamo il massimo valore che può assumere il raggio dell' orbita di un satellite prima di sfuggire al pianeta.
Differenziando la relazione fondamentale $V^2 \cdot R = K^2$
abbiamo già ricavato, per la velocità di rotazione di una sfera di raggio r, il valore :

$$v = \Delta V \simeq \frac{V}{R} \cdot r = \frac{K}{R^{\frac{3}{2}}} \cdot r$$

Indicando con R_{maxp} il valore cercato, imponiamo dunque la condizione :

$$\frac{K_S}{\left(R_P - R_{maxP}\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{K_P}{R_{maxP}^{\frac{3}{2}}}$$

dalla quale si ricava :

$$R_{maxp} = \left[\frac{K_P^2}{K_S^2}\right]^{\frac{1}{3}} \cdot R_p = \left[\frac{m_P}{m_S}\right]^{\frac{1}{3}} \cdot R_p$$

Nel nostro caso, per la Terra, si ricava :

$$R_{maxT} = \left[\frac{398754 \ \frac{K_m^3}{sec^2}}{132{,}725 \cdot 10^9 \ \frac{K_m^3}{sec^2}}\right]^{\frac{1}{3}} \cdot 149597870 \ K_m = 2158620 \ K_m$$

Si noti che R_{maxp} coincide con il raggio della sfera di spazio rotante r_P che, in assenza di satelliti, rotorivoluisce, nello spazio rotante centrale, **solidale**

con il pianeta, **con rotazione sincrona**.

In definitiva, possiamo dire che, se la Luna avesse dimensioni tali da poter essere considerata puntiforme, si allontanerebbe rapidamente dalla Terra .

E' solo grazie alle sue dimensioni, che non passa ad orbitare direttamente nello spazio rotante solare, in tempi brevi.

Possiamo comunque pensare che, con il passaggio della Terra sulle orbite successive, il nostro satellite abbandonerà definitivamente il pianeta per iniziare la sua nuova vita come pianeta del Sistema Solare su un'orbita vuota tra Venere e Mercurio.

La Terra si ritroverà così senza satelliti come Venere e Mercurio, ai quali può essere toccata la stessa sorte.

Il raggio della sfera rotante che sostiene il moto di rivoluzione della Terra vale :

$$r_{T0} = \left(\frac{m_T}{m_S} \right) \cdot T_T = 449{,}4 \; K_m < 6378 \; K_m$$

Il nostro pianeta presenta dunque un nucleo interno di dimensioni notevoli, **il più grande di tutto il sistema Solare**, **rotante su se stesso alla velocità** :

$$v = V_{nT} = \left[\frac{K_S^2}{R_T} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{132{,}725 \cdot 10^9 \; \frac{K_m^3}{sec^2}}{149597870 \; K_m} \right]^{\frac{1}{2}} = \mathbf{29{,}786} \; \frac{K_m}{sec}$$

anche la velocità di rotazione risulta elevata, per cui l'energia termica che si sviluppa è tale da produrre in superficie importanti fenomeni vulcanici, i quali vengono notevolmente accentuati dalla eccentricità del nucleo.

Il centro di massa del sistema Terra – Luna in un anno si sposta, rispetto al centro della Terra, mediamente di:

$$C_T = \frac{R_L}{1 + \left(\frac{m_T}{m_L}\right)} = \frac{384400\ K_m}{1 + (0{,}0123)^{-1}} = 4671\ K_m$$

il nucleo interno si sposta quindi verso l'equatore e la sua superficie viene a trovarsi a una distanza minima dal suolo terrestre data da:

$$d_{min} = r_T - \left(C_T + r_{T0}\right) = 6378\ K_m - (4671 + 449{,}4)\ K_m \simeq 1257\ K_m$$

Dallo studio del sottosuolo terrestre abbiamo conferma della presenza di una discontinuità a questa profondità.

Per ovvie ragioni, nel punto che si trova alla distanza minima dalla superficie si crea una via preferenziale per la risalita di tutti i materiali fusi che si producono all'interno.

I fenomeni vulcanici più intensi, e forse la quasi totalità di quelli che si verificano sulla Terra, si manifesteranno dunque in prossimità della zona equatoriale, precisamente in corrispondenza del piano orbitale della Luna.

Osserviamo infine che, per la particolare posizione occupata, la Luna presenta un punto neutro rispetto al Sole minore di quello calcolato rispetto alla Terra ; precisamente, si ricavano i valori :

$$R_{NLS} = 28572{,}2\ K_m\ ; \quad R_{NLT} = 38259{,}4\ K_m.$$

Conseguenza di questo risultato è la impossibilità, da parte della Luna, di acquisire definitivamente nel suo spazio rotante, un qualsiasi corpo sulla sua prima orbita stabile $R_1 = \mathbf{38259{,}4}\ K_m$.

Se anche un satellite venisse "catturato", passerebbe immediatamente sotto l'azione diretta del Sole.

il raggio della sfera che sostiene il moto orbitale lunare vale :

377

$$r_{0L} = \left[\frac{m_L}{m_T} \right] \cdot R_L = \mathbf{4728}\ K_m > \mathbf{1738}\ K_m$$

La Luna non possiede dunque un nucleo rotante interno e si muove nello spazio rotante terrestre con rotazione sincrona direttamente con la sfera planetaria :

$$r_{PL} = \left[\frac{m_L}{m_T} \right]^{\frac{1}{3}} \cdot R_L = 88463,6\ K_m$$

con periodo :

$$T_{PL} = \left(\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r_{PL}^3}{K_L^2} \right)^{\frac{1}{2}} = 27,32166\ g = T_{nL}$$

Rileviamo infine che, **l'allontanamento della Luna dalla Terra comporta anche un incremento graduale del momento angolare che si associa al sistema Terra–Luna**.

Per verificare il principio di conservazione, **il momento angolare del sistema si riporta al valore iniziale con una riduzione della velocità di rotazione della Terra su se stessa**, **ed un conseguente aumento della durata del giorno**.

Quando la Luna avrà abbandonato definitivamente la Terra, quest'ultima si muoverà nello spazio rotante solare con una rotazione sincrona, fornita dalla velocità di scorrimento :

$$v = \left(\frac{K_S^2}{4 \cdot R_p^3} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot r_p$$

che viene imposta dallo spazio rotante solare K_s^2 .