Cap.10 – Sistemi planetari extrasolari

1 – sistema 55 Cancri

Sono noti con certezza due pianeti aventi le seguenti caratteristiche orbitali :

a) $R_{na} = \mathbf{0,117}$ UA $= 17,503 \cdot 10^6$ K_m ; $T_{na} = \mathbf{14,67}$ g

b) $R_{nb} = \mathbf{0,239}$ UA $= 35,754 \cdot 10^6$ K_m ; $T_{nb} = \mathbf{43,94}$ g

Utilizzando questi dati, possiamo ricavare tutte le caratteristiche dello spazio rotante centrale nel quale i pianeti si muovono. Sappiamo che :

$$\frac{R_{nb}}{R_{na}} = \frac{n_a^2}{n_b^2} = \frac{0,239}{0,117} = \mathbf{2.042735}$$

da cui : $$\frac{n_a}{n_b} = \mathbf{1,429243}$$

$$\frac{T_{nb}}{T_{na}} = \frac{n_a^3}{n_b^3} = \frac{43,94}{14,67} = \mathbf{2,995228}$$

da cui : $$\frac{n_a}{n_b} = \mathbf{1,441485}$$

Dovendo essere verificate entrambe le relazioni ed essendo, certamente i dati noti affetti da errori, assumiamo il valore medio :

$$\frac{n_a}{n_b} = \frac{1,429243 + 1,441485}{2} = \mathbf{1,435364}$$

I numeri interi che meglio approssimano tale rapporto risultano :

$$\frac{10}{7} = \frac{10 \cdot n}{7 \cdot n}$$

Per calcolare il valore di R_1 è necessario conoscere, approssimativamente, il valore del punto neutro della stella centrale rispetto al sistema stellare in cui essa si muove.

Se teniamo conto che allo stesso sistema stellare appartiene anche il Sole e che le due stelle sono molto vicine tra loro, possiamo calcolare il punto neutro di **55 Cancri** assumendo come riferimento quello del Sole, dopo aver tenuto conto del rapporto tra le masse. Si ha dunque :

$$K^2_{ca} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R^3_{na}}{T^2_{na}} = 131,772 \cdot 10^9 \ \frac{K^3_m}{\sec^2} \quad \simeq \ K^2_s = 132,725 \cdot 10^9 \ \frac{K^3_m}{\sec^2}$$

Essendo il punto neutro del Sole $R_1 \simeq 40$ UA, si può scrivere :

$$n^*_a \simeq \left(\frac{40}{0,117} \right)^{\frac{1}{2}} = 18,85 \quad ; \quad n^*_b \simeq \left(\frac{40}{0,239} \right)^{\frac{1}{2}} = 12,94$$

si dovrà dunque avere : $\dfrac{18,85}{n} = 10 \quad ; \quad \dfrac{12,94}{n} = 7$

Il numero intero n che meglio approssima questi risultati è 2.
Assumeremo dunque :

$$n_a = 2 \cdot 10 = 20 \quad ; \quad n_b = 2 \cdot 7 = 14$$

si ottiene così, per il punto neutro del sistema, il valore :

$$R_{NC} = R_{1C} = n^2_a \cdot R_{na} = (20)^2 \cdot 0,117 = 46,8 \text{ UA} = 7001,18 \cdot 10^6 \text{ K}_m$$

Il periodo associato all'orbita fondamentale $n = 1$ risulta :

$$T_1 = \left(\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R^3_1}{K^2_{Ca}} \right)^{\frac{1}{2}} = 321,3 \text{ a}$$

Lo schema orbitale completo del sistema viene descritto dalle relazioni :

$$R_n = \frac{\mathbf{46{,}8}\ \mathrm{UA}}{\mathbf{n^2 \cdot m^2 \cdot q^2}} \quad ; \quad T_n = \frac{\mathbf{321{,}3}\ \mathrm{a}}{\mathbf{n^3 \cdot m^3 \cdot q^3}}$$

La massa della stella centrale **55 Cancri** risulta dalla relazione :

$$m_C = \frac{K_C^2}{\beta_i} = \frac{131{,}772 \cdot 10^9 \ \frac{K_m^3}{\sec^2}}{6{,}67259 \cdot 10^{-11} \ \frac{m^3}{\sec^2 \cdot K_g}} = 1{,}9748 \cdot 10^{30}\ K_g = 0{,}9928 \cdot m_s$$

Le osservazioni recenti hanno messo in evidenza l'esistenza, nello spazio di 55 Cancri, di altri due pianeti con le caratteristiche orbitali seguenti :

d) $R_d = \mathbf{5{,}33}$ UA ; $T_d = \mathbf{12{,}333}$ a ; $e = \mathbf{0{,}15}$; $m_d = \mathbf{3{,}77} \cdot m_G$

e) $R_e = \mathbf{0{,}0378}$ UA ; $T_e = \mathbf{2{,}808}$ g ; $e = \mathbf{0{,}2}$; $m_e = \mathbf{0{,}044} \cdot m_G$

Nel nostro schema orbitale, per $n = \mathbf{3}$ si ricava :

$$R_n = \frac{R_1}{\mathbf{3^2}} = \frac{46{,}8\ \mathrm{UA}}{9} = \mathbf{5{,}2}\ \mathrm{UA} = \mathbf{777{,}92 \cdot 10^6}\ K_m$$

$$T_n = \frac{T_1}{\mathbf{3^3}} = \frac{321{,}3\ \mathrm{a}}{27} = \mathbf{11{,}9}\ \mathrm{a}\ .$$

Tenendo conto della eccentricità dell'orbita, i valori orbitali che si associano al semiasse maggiore risultano quindi :

$$R_d = \frac{R_n}{\left(1 - e^2\right)} = 5{,}32\ \mathrm{UA} = 795{,}87 \cdot 10^6\ K_m$$

$$T_d = \frac{T_n}{\left(1 - e^2\right)^{\frac{3}{2}}} = 12,313 \text{ a} = 4497,4 \text{ g}$$

Per $n = \mathbf{36}$, dallo schema orbitale si ricava :

$$R_n = \mathbf{0,0361} \text{ UA} \;\; ; \;\; T_n = \mathbf{2,515} \text{ g}$$

per i valori associati al semiasse maggiore si ottiene :

$$R_e = 0,0376 \text{ UA} = 5,626 \cdot 10^6 \text{ K}_m \quad ; \quad T_e = 2,6742 \text{ g}$$

L'accordo tra i valori calcolati con la teoria degli spazi rotanti e quelli forniti dall'osservazione è eccezionale.

Iniziando da quelli più vicini alla stella centrale, calcoliamo le caratteristiche principali di tutti i pianeti.
Per il punto neutro si ricava :

$$R_{Na} = \frac{R_a}{1 + \left(\frac{m_C}{m_a}\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{17,503 \cdot 10^6 \text{ K}_m}{1 + \left(\frac{1,9748 \cdot 10^{30} \text{ K}_g}{1493,6 \cdot 10^{24} \text{ K}_g}\right)^{\frac{1}{2}}} = \mathbf{468474} \text{ K}_m$$

$$R_{Nb} = \mathbf{509207} \text{ K}_m \quad ; \quad R_{Nd} = \mathbf{45,21 \cdot 10^6} \text{ K}_m \quad ; \quad R_{Ne} = \mathbf{36368} \text{ K}_m$$

il raggio e la velocità della sfera rotante che sostiene il moto di rivoluzione dei pianeti saranno :

$$r_{0a} = \left(\frac{m_a}{m_c}\right) \cdot R_a = \left(\frac{1494 \cdot 10^{24} \text{ K}_g}{1,9748 \cdot 10^{30} \text{ K}_g}\right) \cdot 17,503 \cdot 10^6 \text{ K}_m = \mathbf{13241,6} \text{ K}_m$$

$$V_a = \left(\frac{K_c^2}{R_a}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{131,772 \cdot 10^9 \; \frac{\text{K}_m^3}{\text{sec}^2}}{17,503 \cdot 10^6 \text{ K}_m}\right)^{\frac{1}{2}} = \mathbf{86,767} \; \frac{\text{K}_m}{\text{sec}}$$

400

$$r_{0b} = \left(\frac{412{,}22 \cdot 10^{24}\ K_g}{1{,}9748 \cdot 10^{30}\ K_g} \right) \cdot 35{,}754 \cdot 10^6\ K_m = \mathbf{7463{,}3}\ K_m$$

$$V_b = \mathbf{60{,}708}\ \frac{K_m}{sec}$$

$$r_{0d} = \left(\frac{7169 \cdot 10^{24}\ K_g}{1{,}9748 \cdot 10^{30}\ K_g} \right) \cdot 795{,}87 \cdot 10^6\ K_m = \mathbf{2{,}889 \cdot 10^6}\ K_m$$

$$V_d = \mathbf{12{,}867}\ \frac{K_m}{sec}$$

$$r_{0e} = \left(\frac{83{,}639 \cdot 10^{24}\ K_g}{1{,}9748 \cdot 10^{30}\ K_g} \right) \cdot 5{,}626 \cdot 10^6\ K_m = \mathbf{238{,}4}\ K_m$$

$$V_e = \mathbf{153{,}04}\ \frac{K_m}{sec}$$

Per poter valutare gli effetti pratici di questi valori, dobbiamo, a questo punto, ipotizzare per ciascun pianeta un valore della densità δ .

Il pianeta **d** ha dimensioni tali per cui, per qualsiasi valore di densità, non si ha nucleo rotante interno, quindi esso ruota direttamente nello spazio rotante centrale.

Si può ipotizzare per questo pianeta una situazione simile a quella di Giove, con una serie di satelliti in orbita fino a un valore massimo della distanza pari a $\mathbf{45{,}21 \cdot 10^6}\ K_m$, corrispondente al suo punto neutro .

L’azione attrattiva raggiunge la distanza massima assoluta :

$$R_{maxad} = \mathbf{2} \cdot \left(\frac{m_d}{m_c} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot R_d = \mathbf{244{,}6 \cdot 10^6}\ K_m$$

Nello schema orbitale risulteranno certamente vuote le orbite comprese nell’intervallo :

$$\mathbf{551{,}2 \cdot 10^6}\ K_m < R_n < \mathbf{1040{,}4 \cdot 10^6}\ K_m$$

Per gli altri tre pianeti, il raggio d’azione risulta :

$$R_{maxaa} = \mathbf{3{,}1897 \cdot 10^6}\ K_m\ ;\ R_{maxab} = \mathbf{4{,}242 \cdot 10^6}\ K_m\ ;\ R_{maxae} = \mathbf{392216}\ K_m$$

Non avendo alcun dato di riferimento, ipotizziamo, inizialmente , che siano in

prevalenza gassosi con una densità $\delta_i = 1,41 \ \frac{g}{cm^3}$ e valutiamo lo scenario che si potrebbe presentare.
I valori del raggio della loro superficie risultano :

$$r_a = 63243 \ K_m \quad ; \quad r_b = 41172 \ K_m \quad ; \quad r_e = 24194 \ K_m$$

in tutti i casi si ha un nucleo interno rotante con velocità elevata e quindi una grande produzione di energia termica.

Se questa energia viene aggiunta alla radiazione ricevuta in superficie, si ha un aumento notevole della temperatura e della pressione interna, con grande espansione e liberazione di sostanze volatili all'esterno.

Il nucleo che rimane sarà certamente quello costituito dai materiali aventi una densità molto più elevata di quella ipotizzata.

Consideriamo dunque una densità $\delta = 5,5 \ \frac{g}{cm^3}$ ed otteniamo i valori :

$$\mathbf{r_a} = 40176 \ K_m \quad ; \quad \mathbf{r_b} = 26155 \ K_m \quad ; \quad \mathbf{r_e} = 15370 \ K_m$$

Per stimare l'entità dei fenomeni termici che questi nuclei rotanti producono, facciamo un confronto con quelli che si verificano sulla Terra, che sono noti.

Lenergia termica prodotta per attrito interno si può scrivere :

$$E_t = \alpha \cdot r_0^3 \cdot V^2$$

In rapporto alla Terra, per l'energia totale prodotta si ricavano i valori :

$$\frac{E_a}{E_T} = \frac{r_{0a}^3 \cdot V_a^2}{r_{0T}^3 \cdot V_T^2} \simeq 217000 \quad ; \quad \frac{E_b}{E_T} \simeq 19000 \quad ; \quad \frac{E_e}{E_T} \simeq 3,937$$

L'energia prodotta per unità di massa del pianeta vale invece :

$$\frac{E_{ma}}{E_{mT}} = \frac{E_a}{E_t} \cdot \frac{r_T^3}{r_a^3} \simeq 868 \quad ; \quad \frac{E_{mb}}{E_{mT}} \simeq 276 \quad ; \quad \frac{E_{me}}{E_{mT}} \simeq 0,281$$

402

L’energia per unità di massa che il pianeta riceve sulla superficie sottoforma di radiazione, rapportata alla quantità ricevuta dalla Terra, risulta :

$$\frac{E_{Sma}}{E_{SmT}} \simeq \frac{R_T^2 \cdot r_T}{R_a^2 \cdot r_a} = \mathbf{11,6} \quad ; \quad \frac{E_{Smb}}{E_{SmT}} = \mathbf{4,27} \quad ; \quad \frac{E_{Sme}}{E_{SmT}} = \mathbf{393,4}$$

In base a questi risultati, la temperatura raggiunta dai pianeti , in tutti i casi, potrebbe essere tanto elevata da portare alla fusione completa e conseguente emissione di materiale incandescente.

Fatta eccezione per il pianeta **d**, tutti gli altri hanno le condizioni per brillare di luce propria (che però nella realtà viene prodotta all’interno del pianeta dallo spazio rotante centrale).

Per quanto riguarda il pianeta **e**, il punto neutro, $\mathbf{R_{Ne}} = \mathbf{36368}$ K_m, supera di poco il valore del raggio della superficie, $\mathbf{r_e} = \mathbf{15370}$ K_m , e quindi si trova al limite della stabilità.

Le impressionanti forze di marea potrebbero far perdere materiale al pianeta attraverso la superficie rivolta al centro dello spazio rotante.

2 – Sistema PSR 1257 + 12 :

Sono noti con certezza due pianeti con le seguenti caratteristiche orbitali :

a) $R_a = \mathbf{0,36}$ UA $= 53,856 \cdot 10^6$ K_m ; $T_a = \mathbf{66,5419}$ g ; $e = \mathbf{0,0186}$

b) $R_b = \mathbf{0,46}$ UA $= 68,815 \cdot 10^6$ K_m ; $T_b = \mathbf{98,2114}$ g ; $e = 0,0252$

Le caratteristiche associate all’orbita circolare minima risultano :

$$\mathbf{R_{na}} = \mathbf{R_a} \cdot \left(1 - \mathbf{e}^2\right) = \mathbf{0,359875} \text{ UA} = \mathbf{53,83737 \cdot 10^6} \text{ } K_m$$

$$\mathbf{T_{na}} = \mathbf{T_a} \cdot \left(1 - \mathbf{e}^2\right)^{\frac{3}{2}} = \mathbf{66,50737} \text{ g}$$

$\mathbf{R_{nb}} = \mathbf{0,459708}$ UA $= \mathbf{68,77132 \cdot 10^6}$ K_m ; $\mathbf{T_{nb}} = \mathbf{98,11786}$ g