

– **calcolo del valore massimo teorico del numero atomico**

Con i risultati che abbiamo finora acquisito, siamo ora in grado di calcolare il valore limite del numero atomico Z in corrispondenza del quale sulla prima orbita del nucleo viene raggiunto un valore della velocità di fuga V_f uguale a quello della luce.

Sostituendo :
$$C_1 = \sqrt{2} \cdot V_{ZPP} = C_1$$

nell'espressione della velocità orbitale dei protoni, con $p = 1$, si ha dunque :

$$\begin{aligned} C_1 &= \sqrt{2} \cdot V_{ZPP} = \sqrt{2} \cdot \frac{V_{11P}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{Z_1^{\frac{1}{2}}}{N^{\frac{\epsilon}{2}}} \cdot \frac{1}{p} = \\ &= V_{11P} \cdot \left(\frac{Z_1}{N^{\epsilon}} \right)^{\frac{1}{2}} = V_{11P} \cdot \left[\frac{E_0(N)}{E_0(1)} \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

da cui si ricava il valore dell'energia per strato associata al numero massimo di protoni Z_1 :

$$E_0(N_{\max}) = E_0(1) \cdot \left(\frac{C_1}{V_{11P}} \right)^2$$

numericamente :

$$E_0(N_{\max}) = 17,828 \text{ MeV} \cdot \left(\frac{299792458 \frac{\text{m}}{\text{sec}}}{66286558,11 \frac{\text{m}}{\text{sec}}} \right)^2 = 364,664 \text{ MeV}$$

utilizzando i valori tabulati, si ricava $N \approx 124$.

dalla relazione approssimata :
$$N = Z + \left(\frac{Z}{8} - 1 \right)^{1,7}$$

con $N = 124$ si ottiene $Z \simeq 81,1$.

Dalle tabelle vediamo che con $N = 124$ si può avere in orbita un numero di protoni pari a $Z = 80 \div 82$.

Dato che stiamo cercando il valore limite superiore, consideriamo il valore più elevato, $Z = 82$.

L'isotopo del piombo con il maggior numero di neutroni ha $N = 126$.

Possiamo quindi calcolare il **valore limite** Z_1 utilizzando i valori tabulati che sono associati a tale isotopo :

$$N = 126 ; \varepsilon = 0,28743 ; \Delta m = 1,753060$$

considerando la correzione necessaria per tener conto del difetto di massa, si ottiene dunque :

$$Z_1^* = Z_1 - \Delta Z = \left(\frac{C_1}{V_{11P}} \right)^2 \cdot N \varepsilon = 81,1398$$

$$Z_1 = Z_1^* + \frac{m_u}{m_p} \cdot \Delta m = 81,1398 + \frac{1,665402}{1,6726231} \cdot 1,753060 = 82,88 .$$

Tenendo conto delle approssimazioni del calcolo, possiamo ritenere, con certezza il risultato coincidente con l'isotopo Bi_{83}^{209} che realmente rappresenta l'ultimo elemento naturale stabile.

In queste condizioni il nucleo risponde alla nostra definizione di "**buco nero**" e come tale si dovrà comportare.

Questo vuol dire che sulla prima orbita, oppure al suo interno, non è possibile aggiungere alcuna massa in equilibrio.

Per poterlo fare nel rispetto dei principi di conservazione, si dovrebbe emettere infatti un fotone avente energia uguale a quella di legame del

nuovo protone, che però non può sfuggire dalla prima orbita senza violare il limite imposto dalla velocità della luce.

Il raggio dell'orbita sulla quale la velocità di fuga diventa uguale a quella della luce sarà :

$$r_{1\max} = \frac{K_N^2}{V_{ZP1}^2} = \frac{2 \cdot K_N^2}{C_1^2} = \frac{\frac{K_p^2}{2} \cdot Z}{\frac{C_1^2}{2}} = \frac{K_p^2}{C_1^2} \cdot Z$$

ricordando che :

$$\frac{K_p^2}{C_1^2} = r_{1P} = 2,81794092 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

si ha la relazione :

$$r_{1\max} = r_{1P} \cdot Z_1$$

sostituendo i valori numerici, per il bismuto si ottiene :

$$r_B = \frac{253,2638995 \frac{\text{m}^3}{\text{sec}^2} \cdot 83}{\left(299792458 \frac{\text{m}}{\text{sec}}\right)^2} = 233,89 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

praticamente coincidente con il valore che possiamo calcolare utilizzando la espressione di R_{ZPP} ponendo $p = 1$. Si ha infatti :

$$R_{ZP1} = R_{11P} \cdot N^\varepsilon \cdot 1^2 = 57,63978486 \cdot 10^{-15} \text{ m} \cdot 126^{0,28743} = 231,5 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

Ricordando ora che la funzione $E_0(N)$ presenta un massimo relativo in corrispondenza di $N \simeq 157$, **si avrà dunque un altro limite assoluto del valore di Z** , che possiamo ricavare assegnando all'esponente ε il valore

massimo $\frac{1}{3}$ e si ottiene così :

$$Z_{\max} = \left(\frac{C_1}{V_{11P}} \right)^2 \cdot 157^{\frac{1}{3}} = 110,35$$

Il valore $Z_{\max} = 110$ rappresenta quindi il limite assoluto per il numero degli elementi naturali sintetizzabili nell'universo.

In base a quanto abbiamo visto, la sintesi degli elementi oltre il bismuto, con $Z = 83$, non sarebbe possibile, **eppure essa si verifica, anche se i nuclei che si ottengono risultano instabili.**

Questo vuol dire che i protoni e i neutroni che vengono aggiunti, non potendo superare la prima orbita per unirsi al nucleo compatto centrale, **si fermano all'esterno, in uno stato di semilibertà**, subendo comunque una forma di polarizzazione che consente un incremento dello spazio rotante nucleare con la sintesi di nuovi nuclei.

Non siamo, naturalmente, in condizioni di descrivere i dettagli di tutto ciò che accade.

Possiamo tuttavia immaginare che queste particelle poco legate, semilibere, possano creare instabilità del nucleo a causa di urti e facili scissioni, come si vedrà meglio in seguito, quando **avremo disponibile il sistema periodico dei nuclei atomici.**

I calcoli che abbiamo finora svolto ci mostrano con chiarezza come la sintesi nucleare sia fondata su un delicato equilibrio tra nucleo centrale di neutroni e protoni che orbitano nello spazio rotante circostante, con un meccanismo che impone al numero di neutroni precise limitazioni.

Il numero dei neutroni centrali che genera lo spazio rotante nucleare, e quindi dei protoni in orbita, è limitato dalla velocità della luce.

Quello dei neutroni in orbita, come deutoni, è limitato dallo squilibrio che essi generano nel bilancio del momento angolare, che porta ad una instabilità del nucleo e conseguente trasformazione spontanea.