– **Verifica dei postulati di Einstein sulla velocità della luce**, **osservazioni sull'esperimento di Michelson e Morley**

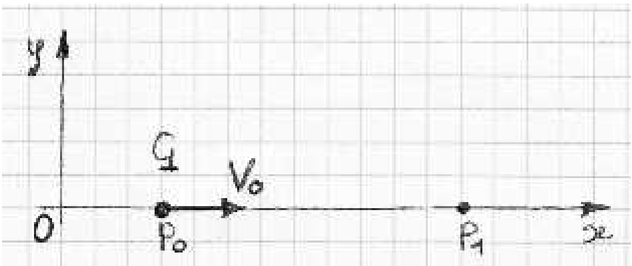
Abbiamo visto che la necessità di introdurre un mezzo come l'etere nasceva dalle evidenze sperimentali di un'analogia di comportamento tra la luce e una qualsiasi altra perturbazione prodotta nel vuoto oppure in un mezzo materiale qualsiasi.

Ricordiamo infatti che anche il suono, che rappresenta una perturbazione del mezzo, si trasmette con una velocità **caratteristica del mezzo**, indipendente dalla velocità della sorgente.

Lo stesso accade, per esempio, per la perturbazione prodotta in uno stagno dal lancio di un sasso, oppure da quella prodotta da un'antenna trasmittente o dalla perturbazione di un qualsiasi sitema legato, per esempio astronomico, in equilibrio.

A questo punto ci chiediamo " **che cosa accomuna i casi citati** ", **che li rende tanto speciali e capaci di invalidare il principio di additività delle velocità**, **che è alla base delle trasformazioni di Galileo**.

Per dare una risposta al quesito che abbiamo posto, consideriamo il sistema schematizzato in figura.



Abbiamo un sistema di riferimento solidale con il mezzo nel quale, nel punto P_1, si trova un osservatore fermo, mentre in P_0 abbiamo un fucile in moto con velocità V_0.

All'interno del fucile, il proiettile riceve una spinta **rispetto al fucile**, e dunque un'energia E_s, che dipende solo dalla carica esplosiva e non dalla velocità dell'insieme fucile-proiettile.

Se m_0 è la massa del proiettile, la sua energia cinetica prima dell'esplosione

67I

aveva il valore : $E_0 = \frac{1}{2} \cdot m_0 \cdot V_0^2$

Dopo lo sparo, all'uscita dal fucile, l'energia del prioiettile sarà: $E = E_0 + E_s$

Se V_1 è la velocità associata all'energia E_s , valutata con il fucile fermo, la velocità con la quale l'osservatore P_1 vede giungere il proiettile sarà:

$$V = V_0 + V_1$$

Si applica in questo caso la trasformazione di Galileo.

Supponiamo ora di otturare la canna del fucile con una membrana elastica e molto resistente.

Ripetendo l'esperimento, **nelle stesse condizioni**, il proiettile dopo lo sparo cede l'energia E_s alla membrana e si ferma nel fucile, conservando l'energia iniziale E_0.

L'energia E_s , ceduta alla membrana, passa da quest'ultima al mezzo esterno sottoforma di impulso di pressione, che perturba l'equilibrio, senza alcun trasferimento di massa.

A questa perturbazione è associata l'energia E_s, **che si trasmette nello spazio esterno e giunge all'osservatore con una** velocità che non dipende dal tipo di sorgente, dalle sue condizioni di moto **e** "**risulta un valore caratteristico dello spazio in cui il trasferimento si verifica**".

Se indichiamo con P la "entità" alla quale è associata l'energia E_s, che viene trasferita dal fucile all'osservatore, nel primo caso il proiettile si comporta nel rispetto delle trasformazioni di Galileo, mentre nel secondo caso la velocità di propagazione dell'energia **risulta una costante**, indipendente dalla velocità relativa del fucile rispetto all'osservatore.

Il comportamento, **apparentemente strano**, si giustifica perfettamente se si

67m

considera che nel primo caso l'entità emessa dal fucile è una parte materiale, già presente nel sistema iniziale in movimento, che viene espulsa dopo aver subito una forte accelerazione.

Nel momento in cui si separa dal fucile ha acquisito una velocità data dalla somma di quella iniziale più il valore prodotto dall'accelerazione impressa.

Nel secondo caso, l'entità che viene emessa, anche se è stata generata dal fucile in movimento, non era presente nel sistema iniziale, ma viene generata direttamente nel mezzo esterno in un punto **staccato** dal fucile, indipendente quindi dal suo moto.

Essa nasce inoltre come perturbazione immateriale e dunque **priva di energia cinetica iniziale**.

E' quindi facilmente comprensibile che il trasferimento di **una perturbazione delle caratteristiche del mezzo** (entità priva di massa) debba dipendere solo dal mezzo stesso.

Supponiamo ora di sostituire il fucile con un atomo in moto con velocità V_0 . Se l'atomo espelle un elettrone, inizialmente in moto anch'esso con velocità V_0 , la situazione si presenta analoga al primo caso esaminato e la velocità dell'elettrone osservata è quella che si ottiene con le trasformate di Galileo.

Se l'elettrone **non viene emesso** dall'atomo in movimento, ma subisce solo una transizione verso un'orbita più interna, si crea una situazione analoga a quella del secondo caso, in cui l'atomo iniziale non emette nulla di materiale, ma genera nel mezzo esterno (fuori dall'atomo in moto) **una perturbazione non materiale**, che si propaga con una velocità dipendente unicamente dalle caratteristiche del mezzo " **e trasferisce nello spazio un'energia legata solo alla transizione avvenuta nell'atomo** ".

L'indipendenza dalla velocità della sorgente è una tipica caratteristica della propagazione di una perturbazione che si genera nello spazio circostante la sorgente.

I fenomeni associati a questo tipo di trasferimento dell'energia, sono

67n

diversi a seconda che la sorgente abbia funzionamento ondulatorio o impulsivo.

In tutti questi casi, l'energia trasferita dipende solo dal tipo di sorgente ed è espressa da una relazione del tipo : $E_s = \alpha \bullet \nu$
dove α è una costante caratteristica del tipo di sorgente e ν la frequenza con la quale si produce la perturbazione.

Mentre la velocità di propagazione è una costante caratteristica del mezzo .
L'indipendenza della velocità di propagazione di una perturbazione dal moto della sorgente, rispetto all'osservatore, può essere messa in evidenza con la **formula di Einstein**, **ricavata con riferimento alla luce**, interpretata come una perturbazione del mezzo a carattere impulsivo :

$$V = \frac{V_s + V_o}{1 + \frac{V_o \cdot V_s}{V_m^2}}$$

dove V indica la velocità con la quale l'osservatore vede il trasferimento della energia E_s ; V_s la velocità della sorgente ; V_o la velocità dell'osservatore e V_m la velocità di propagazione di una perturbazione delle caratteristiche del mezzo.

E' **facile verificare che**, **se** V_s e/o V_0 **assume il valore** V_m , **la velocità** V **, con la quale l'osservatore vede l'energia trasferirsi**, **è sempre** V_m .

Nel caso in cui la sorgente, in moto con velocità V_s , **emette una particella materiale** con velocità V_1, con la trasformazione di Galileo si ha il valore :

$$V = V_s + V_1$$

diverso dal risultato che si ricava applicando la formula di Einstein. I risultati sono entrambi validi con un significato diverso.

Per esempio, se si pone $V_s = V_o = \frac{1}{2} \cdot V_m$, si ricava $V = \frac{4}{5} \cdot V_m$

67o

mentre con la trasformazione di Galileo il valore risulta $V = V_m$.

Se il tipo di perturbazione generato dalla sorgente coincide con quello che si utilizza per effettuare le osservazioni, è chiaro che una velocità della sorgente $V_s \geq V_m$ non permette alla perturbazione generata di uscire dalla sorgente per propagarsi nel mezzo con la velocità V_m , e quindi di fatto non viene proprio generata.

Ne deriva che V_m diventa, in questo caso, anche il valore massimo che può assumere la velocità della sorgente per poter essere osservata.

Se anche si volesse utilizzare un segnale riflesso (per esempio un suono) per osservare un oggetto in moto con una velocità maggiore di V_m , il rilievo non sarebbe possibile, in quanto il segnale verrebbe assorbito e non riflesso.

Nel senso che è stato indicato, la velocità caratteristica del mezzo V_m , con la quale si propaga una perturbazione, qualora lo stesso tipo di perturbazione venga utilizzato come strumento per l'osservazione, **rappresenta anche il valore massimo della velocità raggiungibile in quel mezzo da un** qualsiasi punto osservabile.

Generalmente le osservazioni vengono fatte usando onde elettromagnetiche, che sono perturbazioni dello spazio a carattere sinusoidale, **oppure la luce**, **che è invece una perturbazione direzionale di tipo impulsivo** (con forma d'onda sinusoidale).

In questo caso, **nella formula di Einstein** a V_m si sostituisce la velocità della luce C_l ed ha inizio l'elaborazione della relatività speciale, assumendo come postulato fondamentale il fatto che :

– **la velocità della luce è indipendente da quella della sorgente che la emette** (come quella di qualsiasi perturbazione immateriale)

– **la velocità della luce nello spazio vuoto** (spazio fisico) **è una costante indipendente dalla velocità dell'osservatore rispetto al mezzo in cui si propaga**.

67p

– **la velocità della luce rappresenta il valore massimo raggiungibile** (da qualsiasi punto osservabile con un segnale luminoso) **nell'universo da noi osservabile con la luce**.
Il valore della velocità della luce viene assunto dunque come **limite naturale insuperabile**.

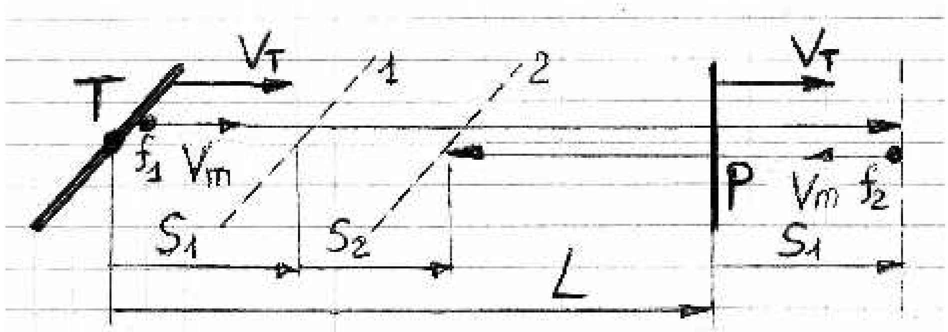
Mentre il primo ed il terzo punto vengono verificati, con le condizioni che sono state indicate, il secondo punto non è verificato ed è frutto di una non corretta interpretazione dei risultati forniti dall'esperimento di Michelson e Morley.

Nel calcolo classico relativo all'esperimento di Michelson e Morley, i bracci vengono considerati di lunghezza costante, uguale a **L ,** qualunque sia il loro orientamento nello spazio e vengono assunti coincidenti con il percorso della luce che l'osservatore mobile rispetto al mezzo, vede con velocità diverse nel tragitto di andata e ritorno.

Un osservatore in quiete rispetto al mezzo vedrà invece la luce muoversi, nel mezzo, con la stessa velocità durante il tragitto di andata e ritorno, mentre la lunghezza del braccio apparirà "**aumentata durante il percorso di andata**" e "**diminuita durante quello di ritorno**".

Sempre lo stesso osservatore in quiete, rispetto al mezzo attraverso il quale si trasmette il segnale, conoscendo la velocità di propagazione, potrà valutare i tempi di percorrenza del braccio e constaterà che " **il tempo di andata si è dilatato rispetto a quello rilevato con il braccio in quiete**, **mentre quello di ritorno si è contratto**".

Si tenga presente che queste variazioni di lunghezze e tempi non hanno nulla in comune con quelle che si ricavano nella teoria della relatività ristretta, che utilizza le trasformazioni di Lorentz, mentre ora si stanno utilizzando quelle di Galileo.



67q

Ricalcoliamo dunque i percorsi prendendo in considerazione le osservazioni che sono state fatte.

In figura è riportato il braccio orizzontale dell'interferometro, che si sposta con la Terra con velocità relativa V_T, rispetto al mezzo in cui si muovono i segnali f_1 ed f_2 , i quali si spostano con una velocità V_m , rispetto al mezzo nel quale si propagano, che supponiamo fermo e solidale con l'osservatore.

Nell'istante $t = 0$ viene emesso il segnale f_1 , che si muove con velocità V_m nella direzione indicata e raggiunge, dopo un tempo t_{f1} , lo specchio P che, nello stesso tempo, ha percorso lo spazio S_1 insieme allo specchio centrale semiriflettente T.

Lo spazio percorso da f_1 risulta quindi : $L_1 = L + S_1$

$$S_1 = V_T \cdot t_{f1} = V_T \cdot \frac{L + S_1}{V_m} \quad \text{da cui si ottiene :} \quad S_1 = L \cdot \frac{\frac{V_T}{V_m}}{1 - \frac{V_T}{V_m}}$$

Lo specchio P riflette il segnale f_1 emettendo il segnale f_2 che si muove nel verso opposto sempre con velocità V_m rispetto al mezzo e all'osservatore. Dopo un tempo t_{f2} esso raggiunge lo specchio T che, nello stesso tempo, ha percorso l'ulteriore spazio S_2 .

Lo spazio percorso da f_2 risulta quindi : $L_2 = L - S_2$ con S_2 dato da :

$$S_2 = V_T \cdot t_{f2} = V_T \cdot \frac{L - S_2}{V_m} \quad \text{da cui si ottiene :} \quad S_2 = L \cdot \frac{\frac{V_T}{V_m}}{1 + \frac{V_T}{V_m}}$$

L'intero percorso effettuato nel mezzo, con velocità V_m , dal segnale inviato nella direzione del moto della Terra, risulta :

$$L_{01} = L_1 + L_2 = 2 \cdot L + \left(S_1 - S_2\right)$$

67r

$$\left(S_1 - S_2\right) = L \cdot \frac{V_T}{V_m} \cdot \left(\frac{1}{1 - \frac{V_T}{V_m}} - \frac{1}{1 + \frac{V_T}{V_m}} \right)$$

con semplici passaggi si ricava :

$$\left(S_1 - S_2\right) = 2 \cdot L \cdot \frac{V_T^2}{V_m^2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{V_T^2}{V_m^2}} = 2 \cdot L \cdot \frac{V_T^2}{V_m^2 - V_T^2}$$

e quindi, sostituendo :

$$L_{01} = 2 \cdot L + \left(S_1 - S_2\right) = 2 \cdot L \cdot \frac{1}{1 - \frac{V_T^2}{V_m^2}}$$

I tempi che lo stesso osservatore rileva risultano :

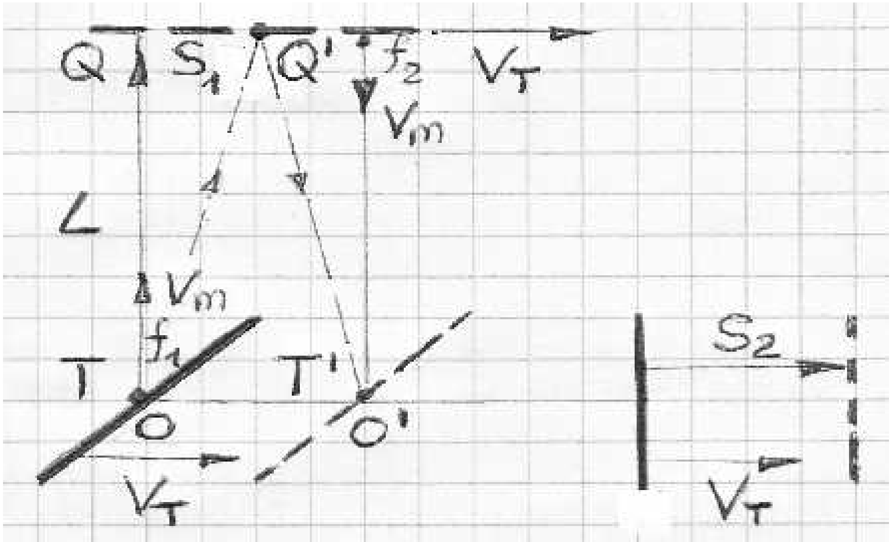
$$t_{f1} = \frac{L_1}{V_m} = \frac{L}{V_m} \cdot \frac{1}{1 - \frac{V_T}{V_m}} = \frac{t_0}{1 - \frac{V_T}{V_m}}$$

$$t_{f2} = \frac{L_2}{V_m} = \frac{L}{V_m} \cdot \frac{1}{1 + \frac{V_T}{V_m}} = \frac{t_0}{1 + \frac{V_T}{V_m}}$$

e quindi : $$t_1 = t_{f1} + t_{f2} = 2 \cdot t_0 \cdot \frac{1}{1 - \frac{V_T^2}{V_m^2}}$$

67s

Consideriamo ora il braccio verticale dell'interferometro.



Dovendosi verificare la riflessione del segnale sullo specchio Q in moto con velocità V_T rispetto al mezzo, se t_f è il tempo impiegato dal segnale emesso dalla sorgente nel punto O per raggiungere lo specchio, bisogna tener conto che nello stesso tempo quest'ultimo si sarà spostato in Q', con $\overline{QQ'} = V_T \cdot t_f$.

Il segnale f_1 verrà quindi emesso nella direzione OQ' e si sposterà nel mezzo con la velocità caratteristica V_m, percorrendo la traiettoria $\overline{OQ'}$ **in assoluta autonomia ed indipendenza** sia dalla sorgente O che dallo specchio Q.
Il percorso di andata del segnale emesso risulta quindi :

$$L_s^2 = L^2 + \left(V_T \cdot t_f\right)^2$$

Il tempo impiegato : $$t_f^2 = \frac{L^2 + \left(V_T \cdot t_f\right)^2}{V_m^2}$$

da cui : $$t_f = t_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V_T^2}{V_m^2}}} \qquad \text{con} \quad t_0 = \frac{L}{V_m}$$

67t

quindi anche : $$L_s = L \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V_T^2}{V_m^2}}}$$

e l'intero percorso sul braccio verticale : $L_{02} = 2 \cdot L_s$

Essendo per il segnale riflesso il discorso assolutamente identico, il tempo richiesto per il percorso del braccio verticale sarà :

$$t_2 = 2 \cdot t_f = 2 \cdot t_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V_T^2}{V_m^2}}}$$

La differenza di percorso tra i due bracci sarà :

$$\Delta L = L_{01} - L_{02} = 2 \cdot L \cdot \frac{1}{1 - \frac{V_T^2}{V_m^2}} - 2 \cdot L \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V_T^2}{V_m^2}}}$$

A questo punto notiamo che, sia nel sistema mobile che in quello fisso,

dopo
l'emissione, **il segnale si muove nello spazio in assoluta autonomia e quindi la traiettoria seguita risulta indipendente dalle condizioni di moto della sorgente e dell'osservatore**, **quindi di tutto lo strumento**.

Questo si verifica indipendentemente dal fatto che lo spazio sia vuoto (**e immobile**) **oppure** "occupato da un mezzo immobile".
L'orientamento della traiettoria è perciò definita solo dall'orientamento degli specchi, che viene calcolata considerando solo la velocità V dello strumento **rispetto al riferimento solidale con lo spazio immobile**.

L'esperimento di Michelson non è in grado di rivelare o di negare la presenza di un **mezzo immobile** in uno spazio

67uu

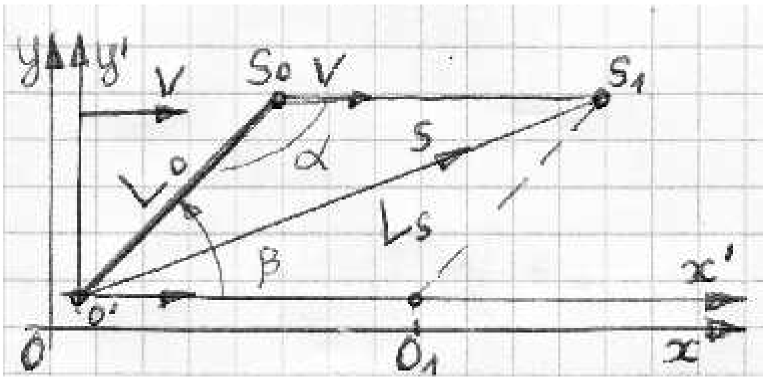
vuoto (puro spazio geometrico) anch’esso immobile.

L’analisi che abbiamo fatto, e quindi i **risultati ottenuti**, **conservano la loro validità qualunque sia lo spazio in cui ci muoviamo**.
I rilievi fatti nel sistema mobile con l’esperimento di Michelson e Morley hanno evidenziato la formazione di frange d’interferenza, ma non uno spostamento con la rotazione dell’interferometro di $90°$.

Si deve ancora osservare che nel calcolo si fa sempre riferimento al percorso completo di andata e ritorno del segnale, considerando infine il valore medio del tempo impiegato.

Dato che sui due bracci dell’interferometro i due segnali, diretto e riflesso, non si trovano nelle stesse condizioni (sul braccio verticale i percorsi sono uguali su quello orizzontale no), per il tipo di problema che si sta trattando **si deve fare riferimento a una situazione ben definita e non a quella media**. **Si deve cioè considerare un solo percorso e non due**.

Abbiamo finora considerato le due posizioni estreme, del braccio, parallelo o perpendicolare al moto.
Se si considera una posizione generica del braccio, rispetto alla direzione del moto, si ha la disposizione indicata in figura.



Applicando il teorema di Carnot, il percorso del segnale **s** risulta :

$$L_s^2 = L_0^2 + \left(V \cdot t\right)^2 - 2 \cdot L_0 \cdot \left(V \cdot t\right) \cdot \cos\alpha =$$

$$= L_0^2 + \left(V \cdot t\right)^2 + 2 \cdot L_0 \cdot \left(V \cdot t\right) \cdot \cos\beta$$

Per $\beta = 0$ si ottiene : $L_s = L_0 + \left(V \cdot t\right)$

67uu1

Per $\beta = \frac{\pi}{2}$ si ottiene : $L_s = \sqrt{L_0^2 + (V \cdot t)^2}$

Con i due bracci perpendicolari tra loro si ha una differenza di percorso :

$$\Delta L_s^2 = 2 \cdot L_0 \cdot (V \cdot t) \cdot \left[\cos\beta - \cos\left(\beta + \frac{\pi}{2} \right) \right]$$

da cui, con semplici passaggi algebrici, si ottiene :

$$\Delta L_s^2 = \sqrt{2} \cdot L_0 \cdot (V \cdot t) \cdot \text{sen}\left(\beta + \frac{\pi}{4} \right)$$

che si può scrivere:

$$\Delta L_s = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{L_0 \cdot (V \cdot t)}{L_s} \cdot \text{sen}\left(\beta + \frac{\pi}{4} \right)$$

sostituendo per : $L_s = L_0 + (V \cdot t)$ si ha :

$$\Delta L_s(\beta = 0) = \frac{1}{2} \cdot \frac{L_0 \cdot (V \cdot t)}{L_0 + (V \cdot t)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{L_0 \cdot (V \cdot t)}{L_0 \cdot (1 + V \cdot t)} =$$

$$= \frac{L_0}{2} \cdot \frac{V}{V_m} \cdot \frac{1}{1 + \frac{V}{V_m}}$$

analogamente, si ricava :

$$\Delta L_s\left(\beta = \frac{\pi}{2} \right) = \frac{L_0}{2} \cdot \frac{V}{V_m} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{V^2}{V_m^2}}}$$

67uu2

per $\beta = \frac{\pi}{4}$ si ottiene : $\Delta L_s\left(\beta = \frac{\pi}{4}\right) = 0$

In base a questi risultati, possiamo affermare che :

In presenza di uno spazio vuoto immobile oppure un mezzo immobile, rispetto allo strumento, una rotazione dell'interferometro di Michelson da $\beta = 0$ a $\beta = \frac{\pi}{2}$ produce uno sfasamento tra i due segnali, che passa da un valore massimo a zero in corrispondenza di $\beta = \frac{\pi}{4}$, dando origine così ad uno scorrimento delle frange d'interferenza.

Se non è stato rilevato nessuno scorrimento, si deve necessariamente escludere sia l'esistenza del mezzo immobile che dello spazio vuoto.

Il fatto che l'esperimento abbia messo in evidenza delle frange d'interferenza " in una posizione indipendente dalla rotazione dei bracci ", rappresenta, per la nostra teoria degli spazi rotanti, un'ottima conferma dell'esistenza della sfera planetaria di spazio fisico solidale con la Terra.

Solo in questo caso **il percorso dei segnali sui due bracci risulta uguale a 2 · L_0 , indipendentemente dalla rotazione.**

67uu3