– **Osservazioni sul moto relativo**, **calcolo del fattore di dilatazione del tempo e contrazione delle lunghezze**, **analisi delle prove sperimentali**.

I risultati che abbiamo ottenuto mettono in evidenza che, se si considera solo il moto relativo tra i due sistemi di riferimento, **trascurando l'esistenza del mezzo**, il sistema fisso vede ciò che accade su quello mobile esattamente come il riferimento mobile vede ciò che accade su quello fisso.

Il risultato è assolutamente ovvio, in quanto, eliminando il sistema di riferimento solidale con lo spazio, i termini fisso e mobile non hanno significato assoluto, ma relativo e noi di fatto non siamo in grado di precisare quale dei due sia l'osservatore in moto.

Questa indeterminazione viene superata **se le velocità vengono riferite al mezzo in cui si propagano i segnali**.

Il problema è di importanza fondamentale per tutta la fisica e in particolare per la teoria della relatività di Einstein, per cui è necessario **riformularlo** tenendo conto che gli attori non sono solo gli osservatori.

Un problema reale è quello che abbiamo analizzato finora, ossia uno spazio fisico nel quale una sorgente emette due segnali che vengono utilizzati per la localizzazione nello spazio e nel tempo.

Un segnale viene intercettato da un "**osservatore O immobile rispetto alla sorgente**" e quindi solidale con lo spazio fisico che la circonda.
Le coordinate da esso rilevate sono state indicate con **x** e **t.**

L'altro segnale viene rilevato da un "**osservatore O' in moto rispetto alla sorgente con una velocità V**" e quindi anche rispetto allo spazio fisico.
Le coordinate da esso rilevate sono state indicate con **x'** e **t'.**

Se si considera solo la velocità relativa di un riferimento rispetto all'altro, non si ha una sorgente distinta di segnali con due osservatori che effettuano dei rilievi, ma "**un osservatore ed una sorgente in moto relativo rispetto ad esso**, **che si scambiano i ruoli**".

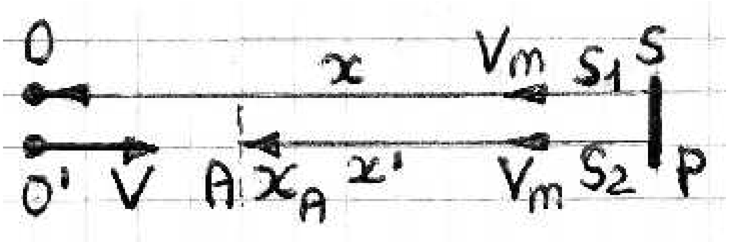
67z42

Ciascuna **sorgente**/**osservatore è solidale con il suo spazio** e i due sono separati da un mezzo che può essere solidale con uno o l'altro, **oppure non esistere**, nel qual caso è considerato "**spazio vuoto**" ed il problema diviene astratto, di interesse puramente teorico, ma di nessuna utilità pratica.

Analizziamo dunque separatamente le diverse situazioni.

– **O solidale con spazio e sorgente**, **O' mobile rispetto alla sorgente e allo spazio**.

1 – se assumiamo O immobile, il sistema si presenta come in figura.



Con riferimento alla figura, abbiamo una sorgente di segnali nel punto P dello spazio e vogliamo localizzarla assumendo due osservatori: O immobile nello spazio, rispetto alla sorgente, O' in moto con velocità **V**, sempre rispetto alla sorgente.

L'osservatore O, dispone di regoli ed oscillatori periodici indipendenti come abbiamo visto introducendo la teoria. Utilizzando questi strumenti, definisce la velocità del segnale inviato dalla sorgente S come il rapporto : $V_m = \frac{x}{t}$.

Sperimentando con diverse sorgenti scopre che V_m risulta indipendente dal moto della sorgente.

L'osservatore O' si muove con velocità **V**, valutata dall'osservatore immobile, e possiede gli stessi strumenti di cui è dotato O, con l'orologio sincronizzato con O ed O' coincidenti.

Se la sorgente emette due segnali identici, s_1 ed s_2, essi si muoveranno con con la stessa velocità V_m verso i due osservatori, i quali iniziano a muoversi quando la sorgente emette i segnali.

Quello immobile, rispetto al mezzo, viene raggiunto da s_1 dopo aver percorso

67z43

la distanza **x**, quindi dopo un tempo $t = \dfrac{x}{V_m}$.

Quello mobile viene raggiunto dal segnale $\mathbf{s_2}$ nel punto A , dopo un percorso pari a $\mathbf{x' = (x - x_A)}$, dove $\mathbf{x_A}$ rappresenta il tratto che, nel verso opposto, ha percorso l'osservatore O' con la velocità V , impiegando quindi un tempo t', misurato da entrambi gli osservatori (essendo gli orologi sincronizzati), uguale a quello impiegato dal segnale a percorrere il tratto **x'** con la velocità V_m , e

quindi dato da : $\quad t' = \dfrac{x'}{V_m} = \dfrac{(x - x_A)}{V_m}$ $\quad$ sostituendo $x_A = V \cdot t'$

si ottiene:

$$t' = \frac{(x - V \cdot t')}{V_m}$$

che può essere scritta **indifferentemente** come espressione spaziale, se si sostituisce il tempo, oppure in forma temporale, se invece vengono sostituite le coordinate spaziali; **si sostituiscono comunque sempre le relazioni** :

$$\frac{x'}{t'} = \frac{x}{t} = V_m \quad \text{oppure} \quad t = \frac{x}{V_m} \quad ; \quad t' = \frac{x'}{V_m}$$

si ricavano così le relazioni equivalenti tra loro :

$$x' = (x - V \cdot t')$$

$$t' = t - \frac{V}{V_m^2} \cdot x' \quad ; \quad t' = t - \frac{V}{V_m} \cdot t'$$

E' da notare che, talvolta si scrive $x' = (x - V \cdot t)$ dove x' viene intesa come coordinata spaziale misurata dal riferimento mobile O'. Questa interpretazione non è corretta, in quanto x' così espresso rappresenta la coordinata spaziale x' che viene misurata dal riferimento immobile e non da O'.

67z44

per $V_m \to \infty$ dalla seconda relazione si ottiene $t' = t$, che, sostituita nella prima dà la trasformazione di Galileo :

$$x' = \left(x - V \cdot t\right).$$

Con $V = V_m$ si ottiene, naturalmente :

$$t = 2 \cdot t' \quad ; \quad x = 2 \cdot x'.$$

Operando **solo algebricamente** sulla relazione $x' = \left(x - V \cdot t'\right)$

si ottiene : $x = \left(x' + V \cdot t'\right)$

Naturalmente valida quanto l'espressione diretta.

Se, a questo punto, scambiamo i riferimenti, assumendo O' come riferimento immobile ed O in moto rispetto a O', se si trascura la presenza della sorgente, per la relatività del moto, la trasformazione equivalente si ottiene solo con la sostituzione :

$$x \to x' \quad ; \quad t \to t' \quad ; \quad V \to -V$$

Si hanno così le trasformazioni :

$$x = \left(x' + V \cdot t'\right) \quad \to \quad x' = \left(x - V \cdot t\right) \neq x' = \left(x - V \cdot t'\right)$$

E' importante ricordare che V rappresenta la velocità dell'osservatore O' rispetto al punto da osservare e non rispetto a O, per cui non possiamo sostituire $V \to - V$, cambiando il suo significato in modo del tutto arbitrario.

Comunque, **se entrambe le espressioni fossero accettabili**, **dovrebbe esserlo qualsiasi loro combinazione**.

Moltiplicando membro a membro e dividendo per $\left(x \cdot x'\right)$, si ottiene :

$$1 = 1 - V \cdot \frac{t}{x} + V \cdot \frac{t'}{x'} - V^2 \cdot \frac{t \cdot t'}{x \cdot x'}$$

ricordando che : $\frac{x'}{t'} = \frac{x}{t} = V_m$

67z45

sostituendo, si ha : $$\frac{V^2}{V_m^2} = 0$$

La trasformazione indicata con lo scambio dei riferimenti è dunque valida solo se $V = 0$ oppure $V_m \to \infty$.

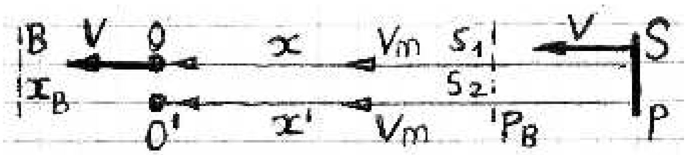
Se si moltiplicano le due relazioni per un fattore γ, la condizione per ottenere l'invarianza della trasformazione rispetto all'osservatore diventa :

$$1 = \gamma^2 \cdot \left(1 - \frac{V^2}{V_m^2} \right)$$

che porta alla trasformazione di Lorentz.
Vogliamo, a questo punto, capire la ragione per la quale le due relazioni sono incompatibili.

2 – Riprendiamo dunque il calcolo assumendo come riferimento mobile O e come immobile O', senza però cambiare il sistema in esame.

Così facendo, l'osservatore O sarà ancora solidale con lo spazio fisico e con la sorgente. Il sistema, con i nuovi riferimenti, si presenta quindi come è stato rappresentato in figura.



Se fermiamo il riferimento O', ossia se osserviamo il sistema "cavalcando" O', lasciando tutto il resto invariato, vediamo "**tutto lo spazio circostante e i corpi in esso presenti**" muoversi nella direzione opposta con velocità – V.

In particolare, vediamo l'origine O con la sorgente S muoversi, con la stessa velocità, come in figura e quindi mentre O si sposta nel punto B, la sorgente si sposta dal punto P a P_B .
Essendo noi solidali con O', vediamo la sogente muoversi verso di noi con la velocità V.
A questo punto, **per impostare lo studio**, **si deve precisare che cosa si vuole osservare**.

67z46

Se la sorgente emette due impulsi singoli, è possibile solo osservare il moto dei due segnali, "**che è indipendente dal moto della sorgente**" e quindi la coordinata spaziale che viene rilevata **è quella del segnale** nel momento in cui viene emesso, dunque quella della sorgente **nella posizione iniziale**.
Il sistema si comporta come se la sorgente **fosse indipendente** da O e O' e verrà analizzato in seguito.
Se si rileva il moto della sorgente, si ha invece :

Il tempo impiegato dal segnale $\mathbf{s_1}$ per raggiungere O risulta: $t = \dfrac{\mathbf{x}}{V_{\mathbf{m}}}$

Per il segnale $\mathbf{s_2}$ si avrà : $t' = \dfrac{(\mathbf{x} - V \cdot t')}{V_{\mathbf{m}}}$

da cui si ricava : $\mathbf{x}' = (\mathbf{x} - V \cdot t')$

$$t' = \frac{(\mathbf{x} - V \cdot t')}{V_{\mathbf{m}}} = t - \frac{V \cdot t'}{V_{\mathbf{m}}} = t - \frac{V}{V_{\mathbf{m}}} \cdot \frac{\mathbf{x}'}{V_{\mathbf{m}}}$$

e quindi: $t' = t - \dfrac{V}{V_{\mathbf{m}}^2} \cdot \mathbf{x}'$

con lo scambio dei riferimenti si ottiene dunque la trasformazione :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x}' = (\mathbf{x} - V \cdot t') \\ t' = t - \dfrac{V}{V_{\mathbf{m}}^2} \cdot \mathbf{x}' \end{array} \right\} \neq \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x} = (\mathbf{x}' + V \cdot t) \\ t = t' + \dfrac{V}{V_{\mathbf{m}}^2} \cdot \mathbf{x} \end{array} \right\}$$

Le relazioni $\mathbf{x}' = (\mathbf{x} - V \cdot t') \;\rightarrow\; \mathbf{x} = (\mathbf{x}' + V \cdot t)$, ottenute sostituendo:

$$\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}' \;;\quad t \rightarrow t' \;;\quad V \rightarrow -V$$

sono dunque incompatibili solo perchè la sorgente da rilevare non si trova in una condizione simmetrica rispetto ai due osservatori.

67z47

Si tratta di due trasformazioni completamente diverse, che coincidono solo se $V_m \to \infty$.
Se si cambia riferimento, non è sufficiente considerare la velocità relativa tra i due osservatori, ma **si deve considerare anche quella della sorgente**.
Qualunque artificio matematico messo in atto per rendere compatibili le due relazioni è fisicamente inaccettabile.

Questo vuol dire che la condizione "artificiosa", espressa dal fattore γ di Lorentz, se rende compatibili due relazioni che fisicamente non lo sono, **essa stessa deve essere fisicamente irrealizzabile**.

Se la sorgente emette impulsi con continuità, si osserva in ogni momento la posizione della sorgente (con la posizione iniziale rientra quindi anche il caso che abbiamo esaminato).

In questo caso abbiamo il punto O che si muove solidale con la sorgente e il segnale percorre quindi sempre **la stessa distanza** per raggiungere il punto O, indipendentemente dall'istante in cui viene emesso.

Il tempo impiegato risulta quindi sempre : $$t = \frac{x}{V_m}$$

La distanza che deve percorrere il segnale s_2, per raggiungere O', dipende invece dall'istante in cui viene emesso, essendo essa ridotta dello spazio che ha percorso la sorgente nel tempo t'.

Si ha quindi : $$t' = \frac{\left(x - V \cdot t'\right)}{V_m} = t - \frac{V}{V_m^2} \cdot x'$$

ed anche : $$x' = \left(x - V \cdot t'\right)$$

Questa trasformazione coincide perfettamente con quella che abbiamo ricavato con i riferimenti scambiati.

Questo vuol dire che questa trasformazione non è invariante rispetto alla sostituzione :

$$x \to x' \quad ; \quad t \to t' \quad ; \quad V \to -V$$

67z48

Possiamo dunque affermare definitivamente:

Dato un sistema di riferimento in moto relativo con velocità V, rispetto al mezzo in cui si propagano i segnali, se (x) e (t) rappresentano le coordinate spaziale e temporale di un evento rilevato in un riferimento solidale con il mezzo, dunque immobile rispetto ad esso, le coordinate dello stesso evento rilevate dal riferimento mobile sono date dalle:

$$\left\{ \begin{aligned} x' &= \left(x - V \cdot t'\right) \\ t' &= t - \frac{V}{V_m^2} \cdot x' \end{aligned} \right\}$$

Sia per O immobile e O' in moto che per O' immobile e O in moto.

Faciamo notare che la legge che abbiamo ricavato risulta coincidente con la trasformazione di Lorentz senza il fattore γ, che risulta, a questo punto, perfettamente inutile, visto che la trasformazione "non può essere resa invariante rispetto agli osservatori inerziali con un artificio che di fatto **modifica il sistema**", trascurando la presenza del mezzo.

Per $V_m \to \infty$ si ottiene $t' = t$ e diventa coincidente con la trasformazione di Galileo.

Particolarmente importante è la relazione che esprime l'interdipendenza tra il tempo e lo spazio: $\frac{x}{t} = V_m =$ **costante**; oppure: $t = \frac{x}{V_m}$

La prima relazione mette in evidenza che **spazio e tempo** non hanno valore assoluto, ma dipendono dall'efficienza con la quale si riesce a comunicare.

Dalla nostra trasformazione, si ricava la dipendenza delle coordinate spaziale e temporale, x e t, di una sorgente di segnali, che si propagano nello spazio con velocità V_m, misurati da un osservatore in moto relativo, rispetto ad essa con una velocità V. Si ha quindi:

67z49

$$x' = x - V \cdot t' = x - V \cdot \frac{x}{V_m} \quad \text{da cui deriva :} \qquad x' = \frac{x}{1 + \dfrac{V}{V_m}}$$

$$t' = t - \frac{V}{V_m^2} \cdot x' = t - \frac{V}{V_m^2} \cdot V_m \cdot t' \quad \text{e quindi :} \quad t' = \frac{t}{1 + \dfrac{V}{V_m}}$$

Questa dipendenza non ha significato solo dal punto di vista scientifico, ma deve essere stata avvertita prima ancora di acquisire una chiara percezione del tempo.

In questo senso, anche se la definizione di velocità **è derivata** dai concetti di tempo e spazio, ritenuti **primitivi**, la percezione del concetto di velocità, certo non ben definito, deve aver preceduto quello del tempo, derivato proprio dalla relazione che lo lega allo spazio e alla velocità del segnale.

Sia il tempo percepito, che quello scientificamente definito, hanno dunque un valore diverso a seconda dei segnali scelti per comunicare. In questo senso esso non ha valore universale, ma locale, in quanto ciascun osservatore può scegliere di volta in volta il segnale da utilizzare per comunicare e non sempre è possibile e conveniente scegliere quello con velocità, rispetto al mezzo, più elevata.

E' da notare che la trasformazione che abbiamo ricavato, **dipendente dall'osservatore**, coincide con quella di Galileo, **che si dovrebbe scrivere nella forma** :

$$x' = \left(x - V \cdot t'\right) \quad ; \quad t' = t$$

Nella interpretazione generalizzata, **con la velocità** V_m **di valore finito**, **essa diventa dipendente dall'osservatore**.

Ricordiamo che per ricavare la trasformazione non abbiamo imposto alcuna condizione oltre alla costanza della velocità del segnale rispetto al mezzo, ampiamente provata sperimentalmente.

67z50

La velocità del segnale è indipendente dalla velocità della sorgente, ma "**non è affatto costante rispetto all'osservatore**".

Essendo la velocità del segnale costante rispetto al mezzo, **esso potrà essere assunto come** "**riferimento privilegiato**, **ritenuto immobile**" e tutte le velocità si possono riferire ad esso con il significato di valore assoluto.

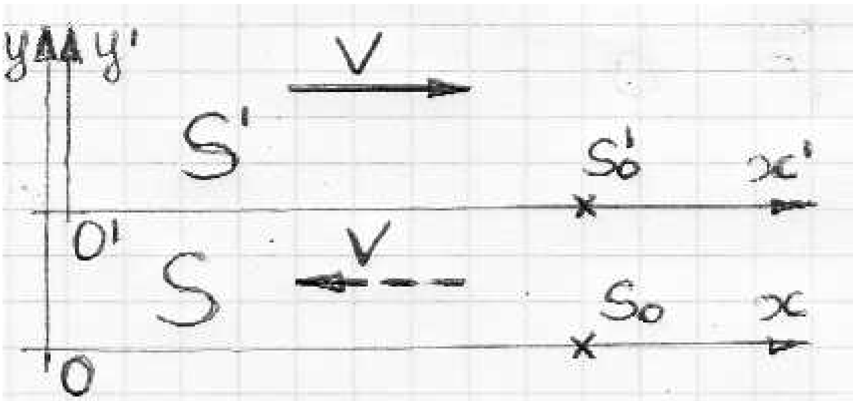
La scelta è quasi sempre obbligata, in quanto in genere, " **per descrivere il moto della sorgente**, **non è sufficiente considerare la velocità relativa di un riferimento rispetto all'altro**.

Il problema reale che generalmente si presenta è quello che abbiamo studiato finora; si ha cioè uno spazio fisico nel quale una sorgente emette due segnali che vengono utilizzati per la sua localizzazione nello spazio e nel tempo.

Un segnale viene intercettato da un "**osservatore O immobile rispetto alla sorgente**" **e quindi solidale con lo spazio fisico che la circonda**.
Le coordinate da esso rilevate sono state indicate con **x** e **t.**
L'altro segnale viene intercettato "**da un osservatore O' in moto rispetto alla sorgente**" **e quindi anche rispetto ad O.**
Le coordinate da esso rilevate sono state indicate con **x'** e **t'.**

L'analisi che abbiamo fatto dimostra che, **per questo sistema**, la legge che descrive il moto della sorgente **non è invariante rispetto agli osservatori**.

Questa caratteristica è dovuta alla configurazione del sistema e quindi non è formale, ma fisica. **La dipendenza della trasformazione dall'osservatore non si può dunque eliminare con un artificio matamatico**, **senza dover ricorrere a ipotesi fisicamente inaccettabili**.



67z51

Vogliamo quindi capire quali sono i sistemi reali che vengono descritti da una trasformazione invariante.
Consideriamo quindi il sistema schematizzato in figura.
Abbiamo due osservatori O e O', dotati entrambi di orologi e regoli identici e sincronizzati.
Ciascuno di essi è anche solidale con un proprio spazio, S e S' associato a un sistema di assi di riferimento.

Dato che i segnali si trasmettono attraverso lo spazio, per poter analizzare la comunicazione, dobbiamo stabilire con quale osservatore è solidale il mezzo attraverso il quale essi si propagano. I casi possibili sono, ovviamente, due :

1 – mezzo solidale con un osservatore, **per esempio**, O

2 – mezzo indipendente dagli osservatori

Studiamo separatamente i due casi.
1 – Il primo sistema coincide con quelli che abbiamo visto. Le trasformazioni delle coordinate **x** e t sono quindi quelle che abbiamo ricavato, perciò si tratta solo di applicarle.

Nel proprio riferimento, in qualsiasi momento e qualsiasi condizione di moto, ciascun osservatore realizza le misure in condizioni di quiete e quindi ricava sempre i valori concordati in partenza $\mathbf{x_p}$ e $t_{\mathbf{p}}$.

Supponiamo ora che O' si metta in moto con velocità relativa V , rispetto allo spazio solidale con O, attraverso il quale si trasferiscono i segnali.

L'osservatore O, che è immobile rispetto al suo spazio, effettua due rilievi :
– una misura di lunghezza in un certo momento
– due eventi che si verificano nello stesso punto in due diversi istanti.
Egli dispone quindi dei segnali :

$\Delta \mathbf{x}_{PO}$ con $\Delta t_{PO} = \mathbf{0}$ e successivamente Δt_{PO} con $\Delta \mathbf{x}_{PO} = \mathbf{0}$

Utilizziamo la trasformazione in forma differenziale :

$$\Delta \mathbf{x}' = \Delta \mathbf{x} - V \cdot \Delta t'$$

$$\Delta t' = \Delta t - \frac{V \cdot \Delta \mathbf{x}'}{V_m^2}$$

67z52

La distanza rilevata dall'osservatore mobile con Δx_{PO} e $\Delta t_{PO} = 0$ sarà :

$$\Delta x' = \Delta x_{PO} - V \cdot \Delta t' = \Delta x_{PO} - V \cdot \left(\Delta t_{PO} - \frac{V \cdot \Delta x'}{V_m^2} \right) =$$

$$= \Delta x_{PO} + \frac{V^2 \cdot \Delta x'}{V_m^2}$$ da cui si ottiene :

$$\Delta x' = \Delta x_{PO} \cdot \frac{1}{1 - \dfrac{V^2}{V_m^2}} \quad ; \quad \Delta t' = - \Delta x_{PO} \cdot \frac{V}{V_m^2 - V^2}$$

Per la seconda misura, con Δt_{PO} e $\Delta x_{PO} = 0$, si ottiene :

$$\Delta t' = \Delta t_{PO} - \frac{V \cdot \Delta x'}{V_m^2} = \Delta t_{PO} - \frac{V \cdot \Delta x'}{V_m^2} = \Delta t_{PO} + \frac{V^2}{V_m^2} \cdot \Delta t'$$

e quindi:

$$\Delta t' = \Delta t_{PO} \cdot \frac{1}{1 - \dfrac{V^2}{V_m^2}} \quad ; \quad \Delta x' = - \Delta t_{PO} \cdot \frac{V}{1 - \dfrac{V^2}{V_m^2}}$$

A questo punto notiamo che nella trattazione generale, con la quale abbiamo ricavato la trasformazione, avevamo una sorgente di segnali che non veniva cambiata quando si scambiavano i riferimenti e quindi le misure rilevate dagli osservatori si riferivano sempre alla stessa sorgente.

Nel nostro caso invece, se riteniamo O' immobile, senza cambiare il sistema, **abbiamo l'osservatore O con il suo spazio in moto con velocità** $(-V)$, **rispetto alla sorgente del segnale** S_o'**che**, **questa volta**, **è solidale con con l'osservatore O', diventato immobile**.
La misura della coordinata è quindi quella propria $\mathbf{x'_P}$.

67z53

Nel caso che stiamo esaminando la sorgente rimane quindi sempre solidale con il riferimento ritenuto immobile.
Cambia quindi la sorgente e il punto che viene osservato cambia con lo scambio degli osservatori.

Se si osserva sempre la stessa sorgente, la trasformazione rimane invariata e, come abbiamo visto, **risulta non invariante rispetto alla sustituzione**:

$$x \rightarrow x_P' \quad ; \quad t \rightarrow t' \quad ; \quad V \rightarrow -V$$

Nel caso in esame abbiamo invece :

$$x = x_P' + V \cdot t \neq x' = x_P - V \cdot t'$$

Con lo scambio degli osservatori si hanno quindi le trasformazioni :

Gli osservatori O e O' rilevano la posizione della sorgente S'$_o$:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = x_P' + V \cdot t \\ t = t_P' + \dfrac{V \cdot x}{V_m^2} \end{array} \right\}$$

Gli osservatori O e O' rilevano la posizione della sorgente S$_o$:

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = x_P - V \cdot t' \\ t' = t_P - \dfrac{V \cdot x'}{V_m^2} \end{array} \right\}$$

con semplici passaggi, si ottiene :

$$x = \frac{x_P'}{1 - \dfrac{V^2}{V_m^2}} \quad ; \quad t = \frac{t_P'}{1 - \dfrac{V^2}{V_m^2}}$$

$$x' = \frac{x_P}{1 - \dfrac{V^2}{V_m^2}} \quad ; \quad t' = \frac{t_P}{1 - \dfrac{V^2}{V_m^2}}$$

67z54

Le trasformazioni che abbiamo ottenuto, in questo caso, **risultano invarianti rispetto all'osservatore**, in quanto non esiste una sorgente solidale con uno dei due da osservare, che creerebbe una dissimmetria nel sistema, ma essi stessi sono **sono alternativamente osservatore** / **sorgente** per l'altro, per cui si trovano in una condizione di perfetta simmetria.

Ciascun **osservatore è solidale con il suo spazio** ed è attraverso questo spazio che si propaga il segnale emesso dall'altro osservatore, **che in quel momento rappresenta la sorgente**.

Dato che ciascun osservatore effettua i rilievi, osservando lo spazio dell'altro, lo spazio attraverso il quale si propaga il segnale **cambia e risulta sempre quello solidale con l'osservatore**.

La elocità di propagazione osservata risulterà quindi sempre quella caratteristica del mezzo V_m qualunque sia l'osservatore.
Non serve dunque, in questo caso, nessun postulato che imponga l'indipendenza della velocità della luce.

In questo caso il sistema si comporta come se il mezzo fosse **indipendente ed immobile rispetto ad entrambi gli osservatori e quindi proprio come un riferimento privilegiato**, **in quiete assoluta**, **anche se così non è**, **in quanto siamo noi che lo rendiamo tale** "**facendogli acquistare di volta in volta la velocità dell'osservatore**".

In questo particolare problema è quindi possibile considerare solo la velocità relativa di un riferimento rispetto all'altro, trascurando la presenza del mezzo. Naturalmente, data la simmetria, ciascun osservatore osserverà nello spazio dell'altro quello che l'altro osservatore vede nel proprio. Le osservazioni sono reciproche.

2 – **Molto particolare si presenta il sistema in cui il mezzo attraverso il quale si sposta il segnale non è solidale con nessun osservatore**. **Esso è dunque indipendente da qualsiasi osservatore inerziale**.

Se un mezzo non è solidale con nessun punto in movimento, si può ritenere in " **quiete assoluta** ", nel senso che si può assumere, **arbitrariamente**, la sua velocità uguale a zero.

67z55

In questo modo il mezzo diventa un riferimento privilegiato rispetto al quale si possono misurare tutte le velocità. Se quindi abbiamo una sorgente in quiete rispetto al mezzo, i due osservatori O e O' rileveranno le coordinate:

con O immobile : $x' = x - V \cdot t'$

con O' immobile : $x = x' + V \cdot t$

Le due relazioni sono perfettamente compatibili con la sostituzione :

$$O \rightarrow O' \quad ; \quad V \rightarrow -V$$

Si ha quindi la trasformazione invariante rispetto ai sistemi inerziali :

$$\left\{ \begin{aligned} x' &= x - V \cdot t' \\ t' &= t - \frac{V \cdot x'}{V_m^2} \end{aligned} \right\}$$

E' da notare che, indipendentemente dal problema che si sta trattando, se si hanno due osservatori O e O' in due punti diversi dello spazio, **la velocità che ciascuno di essi misura**, **per definizione**, **è data da** :

– velocità di O' misurata da O : $$V_{o'}(O) = \frac{\overrightarrow{O'O}}{t_{o'o}}$$

– velocità di O misurata da O' : $$V_{o}(O') = \frac{\overrightarrow{OO'}}{t_{oo'}}$$

Se si tratta il problema considerando **solo la velocità relativa**, si considera che sia : $V_{o'}(O) = -V_o(O')$

e quindi : $$\frac{\overrightarrow{O'O}}{t_{o'o}} = \frac{\overrightarrow{OO'}}{t_{oo'}}$$

Questa relazione contiene implicitamente l'ipotesi che la velocità del segnale sia indipendente dall'osservatore.

Se questa condizione non corrisponde alla realtà fisica, **la sostituzione non è corretta**.

Abbiamo visto che la sostituzione indicata è lecita, e quindi la trasformazione è invariante rispetto all'osservatore, **in tutti i casi in cui il mezzo attraverso**

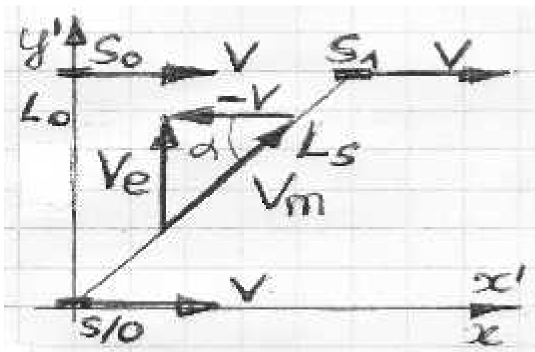
67z56

Questa relazione contiene implicitamente l'ipotesi che la velocità del segnale sia indipendente dall'osservatore.
Se questa condizione non corrisponde alla realtà fisica, **la sostituzione non è corretta**.

Abbiamo visto che la sostituzione indicata è lecita, e quindi la trasformazione è invariante rispetto all'osservatore, **in tutti i casi in cui il mezzo attraverso il quale si trasferiscono i segnali è indipendente dagli osservatori** o si può ritenere tale.
Riassumendo, abbiamo ottenuto i seguenti risultati :

– Se la sorgente di segnali è in uno spazio indipendente dagli osservatori **la trasformazione è invariante rispetto all'osservatore**.
– Se la sorgente è solidale con un osservatore, **non si ha invarianza della trasformazione rispetto all'osservatore**.
– Se la sorgente osservata è sempre solidale con l'osservatore considerato immobile, **la trasformazione è invariante rispetto all'osservatore**.

Utilizzando i risultati che sono stati acquisiti, consideriamo i due seguenti casi particolari.
– sorgente ed osservatore solidali tra loro, in moto attraverso **un mezzo che viene considerato in quiete assoluta**.
Consideriamo una **sorgente / osservatore** che emette un segnale che viene riflesso da uno specchio posto alla distanza fissa L_0.
Tutto il sistema si muove con una velocità V in direzione perpendicolare alla congiungente sorgente – specchio, attraverso uno spazio in quiete assoluta.



Considerando il moto dello specchio, per poter essere intercettato, il segnale, che dopo l'emissione è indipendente dalla sorgente, dovrà essere orientato verso il punto S_1 che occuperà lo specchio dopo il tempo di transito t'.

67z57

Nel riferimento mobile il mezzo è in moto con la velocità $\left(-V\right)$ e quindi, nota la V_m, si ricava la componente della velocità del segnale V_e lungo l'asse y. Dato che i percorsi $\overline{OS_0}$, $\overline{S_0S_1}$ e $\overline{OS_1}$ vengono realizzati tutti nello stesso tempo t', moltiplicando per t' il triangolo delle velocità, si ottiene quello simile dei percorsi e quindi il percorso del segnale $\overline{OS_1}$ realizzato con velocità V_m

risulta : $$L_s = \frac{L_0}{\operatorname{sen}\alpha} = L_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}} = L_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{V_m^2}}}$$

Essendo speculare il percorso del segnale riflesso, il percorso complessivo, per il braccio verticale sarà : $L = 2 \cdot L_s$.

Il tempo richiesto per l'intero percorso risulta : $$t_v' = 2 \cdot t_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{V_m^2}}}$$

Se si dividono i lati del triangolo per un valore comune di velocità, per esempio V_m, si ottiene il triangolo dei tempi dal quale si ha lo stesso risultato. $$t_s^2 = \frac{L_s^2}{V_m^2} = \frac{L_0^2 + V^2 \cdot t'^2}{V_m^2} = \frac{L_0^2}{V_m^2} + \frac{V^2 \cdot t'^2}{V_m^2}$$

considerando che $t' = t_s$ e $\frac{L_0}{V_m} = t_0$, sostituendo, si ottiene :

$$t_s^2 = t_0^2 + \frac{V^2 \cdot t_s^2}{V_m^2}$$ da cui : $$t_s = t_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{V_m^2}}}$$

67z58

A questo punto osserviamo che t_s **e** t_0 **rappresentano i tempi richiesti per realizzare lo stesso percorso "apparente", misurati sempre dallo stesso osservatore in due condizioni diverse**.

t_0 è il tempo richiesto dal segnale emesso dalla sorgente S per raggiungere l'osservatore S_0 (specchio) posto alla distanza L_0 **in condizione di quiete rispetto al mezzo**.
t_s è il tempo richiesto dal segnale emesso dalla sorgente S per raggiungere l'osservatore S_0 (specchio) posto alla distanza L_0 **in condizione di moto rispetto al mezzo**.

L'espressione ci dice che il tempo misurato con l'osservatore in moto è maggiore di quello rilivato in quiete ed essendo apparentemente fissa la distanza percorsa (per la rigidità del collegamento tra osservatore e sorgente), si dice brevemente che il tempo misurato tra due eventi in un sistema mobile subisce una dilatazione rispetto allo stesso tempo misurato nel sistema in quiete.

Il alcolo è assolutamente identico se si osserva dal riferimento solidale con il mezzo di propagazione del segnale e quindi si rilevano gli stessi effetti.

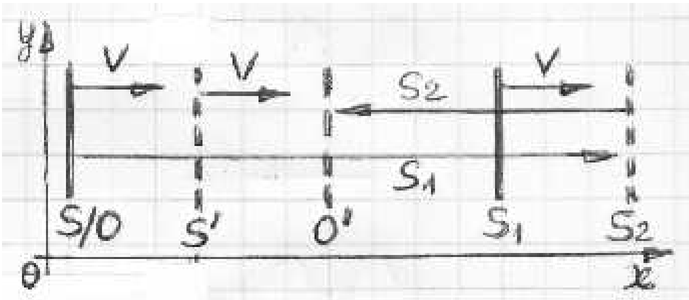
Questa dilatazione viene normalmente associata ad effetti relativistici. **In realtà**, **come dimostra il calcolo**, **non esiste alcun effetto particolare**. **Semplicemente "il moto dell'osservatore" rispetto al mezzo**, **durante il tempo di transito del segnale**, **produce un aumento della distanza** L_0 , **che non viene considerata**, **percorsa sempre con la stessa velocità** V_m.

Come s'intuisce facilmente, non avendo noi fatto alcuna ipotesi restrittiva, per ricavare la relazione, l'effetto indicato non è affatto legato a casi particolari e si produce con qualsiasi segnale.

Per esempio, un pipistrello, che, per valutare la sua distanza da un ostacolo, utilizza il tempo impiegato da un **segnale ad ultrasuoni** per raggiungerlo, **se anche esso è in moto**, **non considera il tempo dilatato**, **ma la distanza aumentata** ed ha così una reazione corretta, nonostante il moto.

67z59

Supponiamo ora che lo stesso sistema venga messo in moto nella direzione della congiungente $\overline{OS_0}$, sempre in un mezzo immobile.



Nel punto S la sorgente emette il segnale $\mathbf{s_1}$ che si sposta verso lo specchio in moto con velocità V.

Nel riferimento solidale con il mezzo immobile si ha :

– **equazione del moto del segnale s_1** : $\quad x_{S1} = V_m \cdot t$

– **equazione del moto dello specchio bersaglio** : $\quad x_s = L_0 + V \cdot t$

Lo specchio verrà raggiunto nel punto S_2, quando $x_{S1} = x_s$, dunque dopo un tempo t_1 : $\quad V_m \cdot t_1 = L_0 + V \cdot t_1$

da cui : $t_1 = \dfrac{L_0}{V_m - V} = \dfrac{L_0}{V_m} \cdot \dfrac{1}{1 - \dfrac{V}{V_m}} = t_0 \cdot \dfrac{1}{1 - \dfrac{V}{V_m}}$

Dopo il tempo t_1 la coordinata dello specchio risulta quindi :

$$L_1 = L_0 + V \cdot t_1 = L_0 \cdot \frac{V_m}{V_m - V} = L_0 \cdot \frac{1}{1 - \dfrac{V}{V_m}}$$

Nel punto S_2 il segnale riflesso $\mathbf{s_2}$ inizia il moto verso l'osservatore O, che si trova nel punto S'e si sta muovendo con velocità V come è indicato in figura.

Sempre nel riferimento immobile, si ha :

– **equazione del moto del segnale s_2** : $\quad x_{S2} = L_1 - V_m \cdot t$

67z60

– equazione del moto dell'osservatore mobile : $\quad x_O = x_{S'} + V \cdot t$

Il segnale x_{S2} raggiungerà l'osservatore O nel punto O', quando $x_{S2} = x_O$.
Il tempo di transito del segnale riflesso x_{S2} risulta dunque :

$L_1 - V_m \cdot t_2 = x_{S'} + V \cdot t_2$ da cui si ottiene :

$$t_2 = \frac{L_1 - x_{S'}}{V_m + V} = \frac{L_0}{V_m + V} = t_0 \cdot \frac{1}{1 + \dfrac{V}{V_m}}$$

e quindi il percorso sarà :

$$L_2 = V_m \cdot t_2 = L_0 \cdot \frac{V_m}{V_m - V} = L_0 \cdot \frac{1}{1 + \dfrac{V}{V_m}}$$

Il segnale emesso dalla sorgente S raggiunge quindi l'osservatore O dopo un percorso complessivo :

$$L = L_1 + L_2 = 2 \cdot L_0 \cdot \frac{1}{1 - \dfrac{V^2}{V_m^2}}$$

per il tempo impiegato si ha :

$$t = t_1 + t_2 = \frac{2 \cdot L_0}{V_m} \cdot \frac{1}{1 - \dfrac{V^2}{V_m^2}} = 2 \cdot t_0 \cdot \frac{1}{1 - \dfrac{V^2}{V_m^2}}$$

Tutti i calcoli si ripetono identicamente se i rilievi vengono fatti nel riferimento mobile (solidale solidale con il sistema mobile) rispetto al mezzo, considerato immobile.

Il calcolo dimostra che, con braccio verticale, sia per il segnale diretto che per quello riflesso, il moto genera un aumento del tempo rispetto alle condizioni di quiete.

67z61

Con il braccio orizzontale per i due segnali si ha invece un risultato diverso.

Per il segnale diretto si ha : $$t_1 = t_0 \cdot \frac{1}{1 - \frac{V}{V_m}}$$

Si ottiene quindi un aumento del tempo rispetto a quello rilevato in condizioni di quiete maggiore di quello rilevato con braccio verticale, con un rapporto :

$$\frac{t_s}{t_1} = \frac{1 - \frac{V}{V_m}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{V_m^2}}} = \sqrt{\frac{V_m - V}{V_m + V}} < 1$$

Per il segnale riflesso abbiamo ricavato : $$t_2 = t_0 \cdot \frac{1}{1 + \frac{V}{V_m}}$$

In questo caso si ha quindi una riduzione del tempo rispetto a quello rilevato nel riferimento proprio con un rapporto rispetto al braccio verticale :

$$\frac{t_s}{t_1} = \frac{1 + \frac{V}{V_m}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{V_m^2}}} = \sqrt{\frac{V_m + V}{V_m - V}} > 1$$

Anche in questi casi non si tratta di una contrazione o dilatazione del tempo, ma di una riduzione oppure aumento dello spazio percorso, come potrà, con molta facilità, dimostrare il solito pipistrello con gli ultrasuoni.

Anche se per il problema che si sta trattando non ha nessun significato fisico, normalmente si fa riferimento ai valori medi sull'intero percorso, assumendo

67z62

per il braccio verticale : $$t_V = \frac{t_s + t_s}{2} = t_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{V_m^2}}}$$

per quello orizzontale : $$t_O = \frac{t_1 + t_2}{2} = t_0 \cdot \frac{1}{1 - \frac{V^2}{V_m^2}}$$

Il rapporto tra i due tempi risulta :

$$\frac{t_V}{t_O} = \frac{1 - \frac{V^2}{V_m^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{V_m^2}}} = \sqrt{1 - \frac{V^2}{V_m^2}} < 1$$

A questo punto, senza nessuna valida ragione teorica, **si dice che t_V e t_O devono essere coincidenti**, **in quanto il tempo è uno scalare e quindi non può dipendere dalla direzione del moto**, **quindi nemmeno dall'orientamento del braccio**.
Questo però è in contraddizione **con il calcolo stesso che è stato fatto per ottenere** t_O.

In definitiva si afferma arbitrariamente che la dilatazione del tempo che si verifica con il moto deve essere indipendente dalla direzione e quindi, nel caso del braccio orizzontale, il calcolo non è corretto in quanto **si trascurano** effetti capaci di ridurre il fattore di dilatazione . Dalle espressioni dei tempi si

ricava : $$t_O = \frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{2 \cdot L_0}{V_m \cdot} \cdot \frac{1}{1 - \frac{V^2}{V_m^2}}$$

67z63

che si può scrivere :

$$t_o = \frac{2 \cdot L_0}{V_m \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{V_m^2}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{V_m^2}}}$$

Questa relazione ci dice che per avere $t_o = t_v$ è necessario che si verifichi una riduzione della lunghezza del braccio nella direzione del moto in modo da avere:

$$L_o = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{V_m^2}}$$

$$t_o = \frac{2 \cdot L_o}{V_m \cdot} \cdot \frac{1}{1 - \frac{V^2}{V_m^2}} = \frac{2 \cdot L_0}{V_m \cdot} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{V_m^2}}} = t_v$$

Secondo queste espressioni, se un osservatore rileva nel riferimento proprio, **dunque in quiete**, la distanza L_0 tra due punti, se viene messo in moto con velocità V nella direzione della retta congiungente i due punti, effettuando gli stessi rilievi, misura una distanza minore, data da :

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{V_m^2}}$$

Analogamente, se nel riferimento proprio, **in condizione di quiete**, vengono rilevati due eventi ad una distanza temporale t_0, rilevando gli stessi eventi in moto con velocità V, la loro distanza temporale risulta maggiore:

$$t = t_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{V_m^2}}}$$

67z64

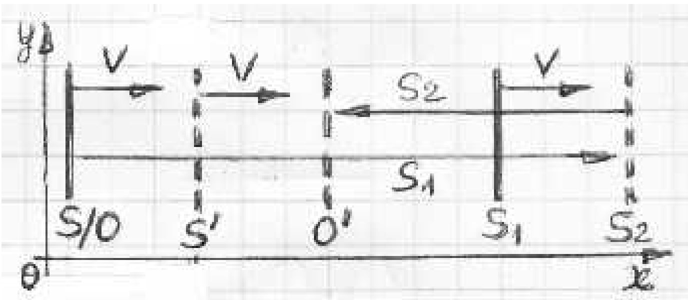
Notiamo che, **l'aumento del tempo misurato**, **indicato impropriamente come " dilatazione del tempo "**, **si ricava con il calcolo e trova una sua giustificazione in un reale aumento della distanza che il segnale deve percorrere per intercettare la superficie riflettente**.

Il calcolo relativo al braccio orientato nella direzione del moto dimostra che **la variazione del tempo dipende dalla direzione del moto**, tanto che con il segnale riflesso si ha una riduzione del percorso e dunque anche del tempo.

L'accorciamento delle distanze nella direzione del moto non ha invece nessun fondamento teorico e il metodo utilizzato per ricavarlo usa il valore medio di effetti dipendenti dalla direzione del moto che, avendo segni opposti si compensano parzialmente e consentono di derivare **arbitrariamente una indipendenza della dilatazione del tempo dalla direzione del moto**.

Lo stesso Einstein dava alla contrazione delle lunghezze un significato affatto reale, definendola **apparente**.
Del resto, anche la dilatazione del tempo non va intesa come normalmente si dice, ma come **un aumento della misura del tempo** dovuto al fatto che, per intercettare un ostacolo in moto trasversale, il segnale deve essere orientato diversamente, con un percorso più lungo.

Considieriamo ora lo stesso dispositivo solidale con il mezzo **in moto anche esso con la stessa valocità** V .



Per il moto orizzontale, nel sistema di riferimento immobile si ha :

– equazione del moto del segnale s_1 : $x_{S1} = \left(V_m + V\right) \cdot t$

– equazione del moto dello specchio bersaglio : $x_s = L_0 + V \cdot t$

67z65

Lo specchio verrà raggiunto nel punto S_2, quando $\mathbf{x_{S1}} = \mathbf{x_s}$
dunque dopo un tempo :

$$\left(V_m + V\right) \cdot t_1 = L_0 + V \cdot t_1 \quad \text{da cui si ricava :} \quad t_1 = \frac{L_0}{V_m}$$

ed un percorso : $$L_1 = L_0 \cdot \left(1 + \frac{V}{V_m}\right)$$

Per il segnale riflesso $\mathbf{s_2}$, sempre nel riferimento immobile, si ha :

– **equazione del moto dell'osservatore mobile** : $\mathbf{x_O} = \mathbf{x_{S'}} + V \cdot t$

– **equazione del moto del segnale $\mathbf{s_2}$** : $\mathbf{x_{S2}} = L_1 - \left(V_m - V\right) \cdot t$

Il segnale $\mathbf{x_{S2}}$ raggiungerà l'osservatore O nel punto O', quando $\mathbf{x_{S2}} = \mathbf{x_O}$.
Risulta dunque :

$$L_1 - \left(V_m - V\right) \cdot t_2 = V \cdot t_1 + V \cdot t_2$$

da cui deriva il tempo : $$t_2 = \frac{L_0}{V_m}$$

e il percorso : $$L_2 = L_0 \cdot \left(1 - \frac{V}{V_m}\right)$$

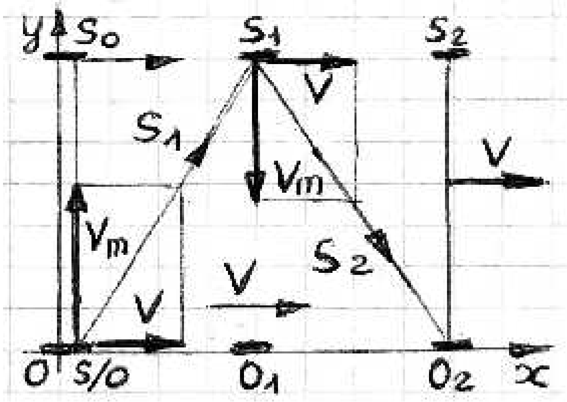
Si ha dunque complessivamente :

$$L = L_1 + L_2 = 2 \cdot L_0$$

Nel riferimento solidale con il sistema (riferimento proprio) tutto accade come se il nostro dispositivo fosse immobile in un mezzo immobile e quindi si osserva un percorso $L = 2 \cdot L_0$ realizzato con una velocità costante uguale a V_m.

Se consideriamo il moto orizzontale con dispositivo verticale, la situazione si presenta come in figura.

67z66



In questo caso, essendo il mezzo solidale con il sistema sorgente – specchio, nella fase di messa a punto, il segnale **s_1 viene emesso dalla sorgente nel punto** O, **diretto verso S_0** .

Libero dalla sorgente, dopo l'emissione il segnale si sposta verso S_0 con la velocità V_m .

Nel sistema di riferimento immobile nel tempo Δt il segnale si sposta verso l'alto di un tratto $\Delta y = V_m \cdot \Delta t$, ma nello stesso intervallo di tempo **il punto del mezzo** " **occupato** " dal segnale in quel momento si sposta in direzione orizzontale del tratto $\Delta x = V \cdot \Delta t$.

Nel sistema di riferimento immobile si osserva quindi uno spostamento verso S_1 con la velocità equivalente :

$$V_{eq} = \frac{\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}}{\Delta t} = \sqrt{V_m^2 + V^2}$$

Il tempo misurato dal riferimento immobile, per il percorso $\overline{OS_1}$ è sempre

$t_1 = \dfrac{L_0}{V_m}$, come risulta anche da : $t_1 = \dfrac{L_{eq}}{V_{eq}}$

con : $$L_{eq} = \sqrt{L_0^2 + (V \cdot t_1)^2} = L_0 \cdot \sqrt{1 + \frac{V^2}{V_m^2}}$$

67z67

Dal calcolo risulta quindi che si verifica un aumento del percorso con valocità maggiore in modo da lasciare invariato il tempo impiegato.

Il percorso del segnale riflesso è perfettamente simmetrico e quindi si ottiene

$$t_2 = t_1 \;\; ; \;\; L_2 = L_1 = L_{eq}$$

Nel riferimento proprio, solidale con il sistema mobile, si ha : $L_{eq} = L_0$.

Con il sistema mobile solidale con il mezzo non si verifica dunque nessuna differenza di percorso tra i segnali inviati in direzione ortogonale e parallela al moto.

Se, per esempio, si tratta di segnali sinusoidali, raccolti su un unico supporto, **se partono in fase giungono ancora perfettamente in fase**. **Nel caso di segnali luminosi questo è dimostrato dall'esperimento di Michelson**.

Se "arbitrariamente" si assume la velocità di propagazione dei segnali attraverso il mezzo V_m come costante caratteristica, **indipendente dall'osservatore**, **e si ritiene lo spazio tra sorgente e osservatore vuoto**, **dei risultati che abbiamo ottenuto si dovrà cercare di dare delle giustificazioni alternative**.

Con riferimento alla figura, osserviamo che, quando nel punto O la sorgente emette il segnale $\mathbf{s_1}$, **simultaneamente** inizia a spostarsi verso il punto O_1 e lo specchio S_0 parte verso S_1.

Quello che l'osservatore immobile può rilevare **non è il percorso presunto del segnale $\overline{OS_1}$, ma la sua presenza nel punto di partenza e di arrivo**.

Il percorso osservato $\overline{OS_1}$ risulta :

$$L_{eq}^2 = L_0^2 + \left(V_{S0} \cdot t_1\right)^2$$

e viene percorso, **per ipotesi**, con velocità V_m. Si ha quindi il tempo :

$$t^2 = \frac{L_{eq}^2}{V_m^2} = \frac{L_0^2}{V_m^2} + \frac{\left(V \cdot t\right)^2}{V_m^2} = t_0^2 + \frac{\left(V \cdot t\right)^2}{V_m^2}$$

da cui si ricava:

67z68

$$t = t_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{V_m^2}}}$$

Questa relazione ci dice che il sistema immobile registra un tempo maggiore di quello **misurato nel sistema proprio** da quello mobile ed è nota come **espressione della dilatazione dei tempi**.

Si deve ricordare però che la relazione è stata ricavata imponendo, **con un** postulato, **una velocità del segnale uguale a** V_m **indipendente dal moto dell'osservatore e dalla direzione e del moto**, **dicendo che si è in presenza di uno spazio** "**vuoto**".

Con questa scelta, negando la presenza di un mezzo, **solidale o meno con il sistema mobile**, si dice che il segnale durante il tempo di volo non subisce alcuna azione capace di deviarlo dalla direzione di emissione e quindi deve essere emesso già in direzione di S_1 con la velocità V_m **.**

Se si ipotizza invece la presenza di un mezzo, se esso viene considerato solidale con l'osservatore immobile, la situazione è identica a quella presente con lo spazio vuoto.

Se il mezzo viene pensato solidale con l'osservatore mobile, per intercettare lo specchio il segnale deve essere emesso dal punto O nella direzione di S_0 e si muove con la velocità caratteristica V_m nella direzione dell'asse y.

Ad ogni spostamento dy segue uno spostamento dx in direzione dell'asse x **non del segnale da un elemento spaziale a quello vicino**, **del punto del mezzo perturbato che in quel momento è "occupato" dal segnale**.

Gli spostamenti orizzontale e verticale si verificano con continuità su ogni piccolo incremento dS **della traiettoria**.
Dovrà quindi essere :

$$dS = \sqrt{dy^2 + dx^2} = \sqrt{V_m^2 \cdot dt^2 + V^2 \cdot dt^2} = dt \cdot \sqrt{V_m^2 + V^2}$$

67z69

da cui : $$V_{eq} = \frac{dS}{dt} = \sqrt{V_m^2 + V^2}$$

Questo vuol dire che si deve avere lungo tutto il percorso uno spostamento

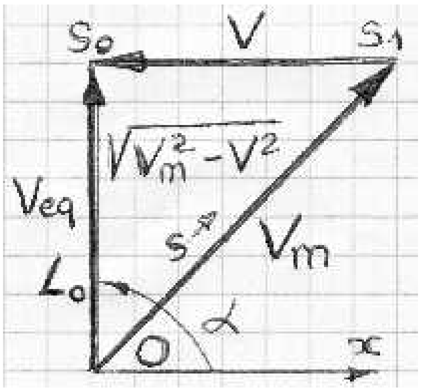
in

direzione dell'asse x con velocità V e quindi il risultato finale è quello dovuto a un processo d'integrazione su tutta la traiettoria.

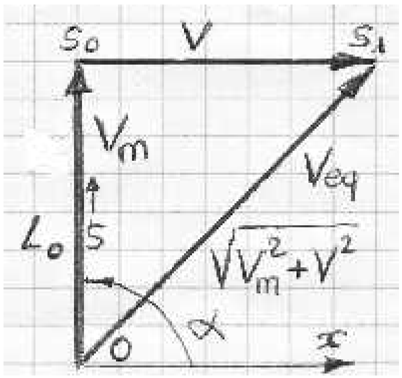
In definitiva, dal riferimento immobile, si osserva uno spostamento del segnale lungo la traeittoria dal punto O al punto S_1 " **con una velocità maggiore di quella caratteristica del mezzo**.

In realtà però le due componenti della velocità sono di natura completamente diversa. La velocità V_m **è associata ad un vero spostamento del segnale**, in quanto rappresenta il trasferimento di **una perturbazione del mezzo** da un punto a quello contiguo , **mentre** V **è associata allo spostamento dello stesso punto perturbato e quindi non è un valore legato al mezzo**, **ma imposto dall'esterno**.

Con le due ipotesi si hanno quindi i seguenti triangoli delle velocità:



spazio vuoto-mezzo immobile



con mezzo mobile

Con il braccio verticale ($\alpha = \frac{\pi}{2}$), se abbiamo spazio vuoto oppure **mezzo immobile**, in fase di messa a punto, per intercettare lo specchio, " **il segnale deve essere diretto verso S_1**" e nel mezzo immobile avanza con la velocità caratteristica V_m . Essendo nota la componente V lungo l'asse x , si ricava la

67z70

velocità di avanzamento lungo l'asse y :

$$V_{eq} = \sqrt{V_m^2 - V^2}\,.$$

A questo punto si deve notare che gli unici **tempi realmente misurabili** sono quelli impiegati dallo specchio a percorrere il tratto $\overline{S_0S_1}$ e il segnale $\overline{OS_1}$.
Lo specchio non verrà mai raggiunto nel punto S_0.
Possiamo tuttavia calcolare il tempo che impiega il segnale per avanzare di una lunghezza L_0 nella diredione dell'asse y e risulta :

$$t_y = \frac{L_0}{V_{eq}} = \frac{L_0}{\sqrt{V_m^2 - V^2}} = \frac{L_0}{V_m \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{V_m^2}}}$$

e quindi : $$t_y = \frac{L_0}{V_m} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{V_m^2}}} = t_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{V_m^2}}}$$

oppure : $$t_y = \frac{L_0}{V_m \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{V_m^2}}} = \frac{1}{V_m} \cdot \frac{L_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{V_m^2}}}$$

Facendo riferimento alla prima forma il tempo t_y viene interpretato come una dilatazione del tempo t_0 necessario al segnale per percorrere la distanza L_0 **misurato con il sistema in quiete rispetto al mezzo.**

Questo tempo non è misurabile e quindi fisicamente non ha nessun significato, anche se gli viene erroneamente attribuito valore reale.

Nella seconda forma, l'espressione del tempo t_y ci dice che **quello che noi**

67z71

realmente misuriamo è il tempo che il segnale impiega a percorrere la traiettoria $\overline{OS_1}$ lungo la quale è stato inviato.

Esso percorre sempre con velocità la V_m una " **lunghezza dilatata** "

$$L_s = L_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{V_m^2}}}$$

ed impiega quindi un tempo maggiore di t_0 .

Non esiste dunque nessuna dilatazione dello scorrere del tempo, **ma un aumento del tempo dovuto a un aumento di percorso e lo stesso effetto registra anche il riferimento solidale con il sistema in moto** (**sempre se si ha spazio vuoto o mezzo immobile**).

Se abbiamo invece **il mezzo mobile con il sistema**, per poter intercettare lo specchio, il segnale deve essere emesso dal punto O in direzione di S_0 ed inizia la sua corsa con la velocità caratteristica V_m nella direzione dell'asse y. Ad ogni spostamento dy segue uno spostamento del mezzo dx con velocità V, per cui si ha complessivamente uno spostamento dS verso S_1 con una velocità maggiore : $V_{eq} = \frac{dS}{dt} = \sqrt{V_m^2 + V^2}$.

Il percorso osservato $\overline{OS_1}$ risulta :

$$L_{eq}^2 = L_0^2 + \left(V_{S0} \cdot t_{eq}\right)^2$$

e viene percorso con velocità V_{eq}. Si ha quindi il tempo :

$$t_{eq}^2 = \frac{L_{eq}^2}{V_{eq}^2} = \frac{L_0^2}{V_{eq}^2} + \frac{\left(V \cdot t_{eq}\right)^2}{V_{eq}^2}$$

da cui si ottiene il tempo misurato dal riferimento fisso :

67z72

$$t_{eq}^2 = \frac{L_0^2}{V_{eq}^2\left(1 - \frac{V^2}{V_{eq}^2}\right)} = \frac{L_0^2}{V_{eq}^2 - V^2} = \frac{L_0^2}{V_m^2} = t_0^2$$

Essendo il riferimento mobile solidale con il mezzo di trasporto del segnale, la traiettoria osservata dal riferimento mobile coincide proprio con $\overline{OS_0}$, che viene percorsa con la velocità V_m e quindi nel tempo : $t_0 = \frac{L_0}{V_m}$.

Dunque, **con mezzo mobile**, sia nel sistema fisso che in quello mobile, **si ha sempre una misura del tempo uguale a quella rilevata con il sistema in quiete**.
Nel sistema fisso si osserva una traiettoria più lunga :

$$L_{eq}^2 = L_0^2 + \left(V_{S0} \cdot t_{eq}\right)^2 = L_0^2 + V^2 \cdot \frac{L_0^2}{V_m^2}$$

e quindi : $$L_{eq} = L_0 \cdot \sqrt{1 + \frac{V^2}{V_m^2}}$$

percorsa con velocità più elevata : $$V_{eq} = \sqrt{V_m^2 + V^2}.$$

I risultati che abbiamo ottenuto dipendono dall'inclinazione α del braccio e si possono descrivere utilizzando il teorema di Carnot. Il massimo allungamento della traiettoria, quindi **la massima dilatazione apparente del tempo**, si ha per $\alpha = 0$, corrispondente al braccio orizzontale, nella direzione del moto.
In questo caso le direzioni $\overline{OS_0}$ e $\overline{OS_1}$ coincidono ; per il percorso abbiamo quindi : $$L_s = L_0 + V \cdot t$$

Se consideriamo lo spazio vuoto oppure il mezzo immobile, **la velocità di propagazione del segnale è quella caratteristica** V_m .
Il tempo richiesto per raggiungere l'osservatore sarà :

67z73

$$t_s = \frac{L_s}{V_m} = \frac{L_0 + V \cdot t_s}{V_m} = \frac{L_0}{V_m} + \frac{V \cdot t_s}{V_m}$$

da cui : $t_s = t_0 \cdot \frac{1}{1 - \frac{V}{V_m}}$ e quindi anche : $L_s = L_0 \cdot \frac{1}{1 - \frac{V}{V_m}}$

Lo stesso valore viene misurato sia nel riferimento fisso che in quello mobile.

Se abbiamo il mezzo mobile con il sistema, la lunghezza del percorso è ancora L_s, ma dopo che il segnale è stato emesso è indipendente e si muove nel mezzo con la velocità V_m .

Rispetto all'osservatore fisso rispetto al mezzo in movimento con la velocità V, il segnale si sposta verso S_1 con la velocità :

$$V_s = V_m + V$$

Il valore massimo della velocità che l'osservatore immobile può osservare con quel segnale si ottiene utilizzando **l'espressione della composizione delle velocità** che abbiamo ricavato con la trasformazione di Galileo generalizzata

e risulta : $$V_s' = \frac{V_m + V}{1 + \frac{V \cdot V_m}{V_m^2}} = V_m$$

L'osservatore immobile rispetto al mezzo non può dunque vedere il segnale avanzare lungo la traiettoria.

Questo però non vuol dire che il segnale non avanza con la velocità V_s . Per capirlo, supponiamo che l'osservatore immobile sia un pipistrello che avverte un aereo ultrasonico che parte dal punto O e registra questo istante t_1 .

Dopo la partenza l'aereo continua regolarmente la sua corsa con la velocità,

67z74

per esempio, di **1000** $\frac{m}{sec}$, ma il pipistrello, **inviando ultrasuoni**, che, com'è noto, si propagano alla velocità di **340** $\frac{m}{sec}$, **non è in grado di raggiungerlo** e quindi di vederlo.

Per tutta la durata del volo, l'animale continua ad inviare i segnali ed il risultato è un silenzio assoluto (aereo inesistente).
Quando l'aereo giunge a destinazione, **nel punto S_1 e si ferma**, **l'ultimo segnale inviato dal pipistrello lo raggiunge e viene riflesso**, **ritornando all'animale nell'istante t_2, che viene registrato**.

A questo punto, anche se il pipistrello non ha potuto seguire l'aereo durante il percorso, registrando gli eventi di partenza e arrivo, è in grado di calcolare la distanza percorsa ed il tempo impiegato, " **che risulta quello fornito dalla reale velocità dell'aereo** ".

Avremo quindi :
$$t_s = \frac{L_s}{V_s} = \frac{L_0 + V \cdot t_s}{V_m + V}$$

da cui si ottengono :
$$t_s = \frac{L_0}{V_m} = t_0 \quad ; \quad L_s = L_0 \cdot \left(1 + \frac{V}{V_m} \right)$$

valide sia nel rifermento mobile che immobile.
Utilizzando la **trasformazione di Galileo generalizzata**, che è stata ricavata con l'ipotesi implicita di un mezzo (oppure lo spazio vuoto) immobile, rispetto alla sorgente, calcoliamo ora le relazioni che descrivono " **la dilatazione dei tempi e la contrazione delle lunghezze** " **che rileva il riferimento mobile rispetto a quello fisso**.
Scrivendo la trasformazione in termini differenziali, si ha :

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta x' &= \Delta x - V \cdot \Delta t' \\ \Delta t' &= \Delta t - \frac{V \cdot \Delta x'}{V_m^2} \end{aligned} \right\}$$

Se nello stesso punto x_0 del sistema di riferimento immobile vengono emessi due segnali a carattere impulsivo nei tempi t_1 e t_2 (misurati dall'orologio sul

67z75

posto) oppure vengono registrati due eventi qualsiasi negli istanti t_1 e t_2 , si avrà : $\Delta t = t_2 - t_1$ con $\Delta x = 0$.

Nel sistema di riferimento in moto i due eventi vengono registrati in due punti diversi, distanti tra loro :

$$\Delta x' = \left(\Delta x - V \cdot \Delta t'\right) = -V \cdot \Delta t'$$

e ad una distanza di tempo maggiore di Δt , precisamente :

$$\Delta t' = \Delta t - \frac{V \cdot \Delta x'}{V_m^2} = \Delta t + \frac{V^2}{V_m^2} \cdot \Delta t'$$

da cui si ricava : $$\Delta t' = \frac{\Delta t}{1 - \frac{V^2}{V_m^2}} = \frac{t_2 - t_1}{1 - \frac{V^2}{V_m^2}}$$

Qualsiasi osservatore in moto rispetto al riferimento proprio rileva una distanza temporale tra gli eventi sempre maggiore di quella propria.

Oppure, in termini equivalenti:
Il tempo registrato tra due eventi è minore per l'osservatore che vede gli eventi realizzarsi nello stesso luogo.

Normalmente questo risultato viene espresso sinteticamente dicendo che :
" **Per l'osservatore in movimento il tempo scorre più lentamente** ".
E questo non è del tutto corretto.

Supponiamo ora che in punti diversi x_1 e x_2 del sistema immobile vengano emessi due segnali simultaneamente al tempo t_0 oppure vengano misurate due coordinate x_1 e x_2 contemporaneamente ; si avrà :

$$\Delta x = x_2 - x_1 \quad \text{con} \quad \Delta t = 0.$$

Nel sistema di riferimento in moto i due eventi vengono registrati in due tempi diversi, distanti tra loro : $$\Delta t' = \Delta t - \frac{V \cdot \Delta x'}{V_m^2} = -\frac{V \cdot \Delta x'}{V_m^2}$$

67z76

Il valore della distanza spaziale rilevata nel sistema mobile risulta :

$$\Delta \mathbf{x}' = \Delta \mathbf{x} - V \cdot \Delta t' = \Delta \mathbf{x} + \frac{V^2 \cdot \Delta \mathbf{x}'}{V_m^2}$$

da cui si ricava : $$\Delta \mathbf{x}' = \left(\mathbf{x}'_2 - \mathbf{x}'_1\right) = \frac{\left(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1\right)}{\mathbf{1} - \dfrac{V^2}{V_m^2}}$$

La distanza rilevata dall'osservatore immobile risulta dunque :

$$\left(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1\right) = \left(\mathbf{x}'_2 - \mathbf{x}'_1\right) \cdot \left(\mathbf{1} - \frac{V^2}{V_m^2}\right)$$

La lunghezza $\left(\mathbf{x}'_2 - \mathbf{x}'_1\right)$ misurata dall'osservatore mobile "**appare**" a quello immobile ridotta del fattore : $\alpha = \left(\mathbf{1} - \dfrac{V^2}{V_m^2}\right)$.

Questa relazione ci dice che :

Qualsiasi osservatore in moto rispetto al riferimento proprio rileva una distanza spaziale tra gli eventi sempre minore di quella propria.

Oppure, in termini equivalenti:

La distanza spaziale tra due eventi è sempre minore per l'osservatore che li vede realizzati nello stesso tempo.

Normalmente questo risultato si esprime sinteticamente dicendo che :

" **Per l'osservatore in movimento le lunghezze si contraggono nella direzione del moto** ".

Si tenga presente che questa contrazione non ha nulla in comune con quella che abbiamo ricavato con ipotesi **arbitrarie** per avere l'indicazione del tempo indipendente dalla direzione del moto del segnale rispetto a quella del mezzo.

In questo caso si tratta del confronto fra le osservazioni di uno stesso evento da parte di due osservatori, **uno fermo e l'altro in moto rispetto alla sorgente**, **ipotizzando il mezzo sempre solidale con l'osservatore che in quel momento sta effettuando i rilievi**.

67z77

Queste relazioni sono state ricavate senza alcuna ipotesi arbitraria, utilizzando unicamente la trasformazione delle coordinate con una velocità del segnale di valore finito e senza riferimenti a segnali particolari.

Normalmente **le verifiche sperimentali** di questi effetti vengono considerate prove **a sostegno del postulato di Einstein** sulla velocità della luce e più in generale della relatività.

La presente trattazione dimostra che tutto si ricava considerando la velocità finita dei segnali, di qualsiasi tipo.
Per esemplificare, consideriamo qualche esempio pratico.

Una prima conferma del postulato di Einstein si ritiene **l'aumento della vita media dei pioni o dei muoni generati dai raggi cosmici**.
Questi pioni e muoni **hanno una vita propria**, **misurata in quiete**, di circa $\mathbf{2 \cdot 10^{-6}}$sec e dopo questo tempo si trasformano in altre particelle.

Essendo la loro velocità uguale a circa il $\mathbf{99}\%$ della velocità della luce, essi, prima di decadere, sono in grado di percorrere una distanza pari a :

$$d \simeq \mathbf{3 \cdot 10^{8}} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \cdot \mathbf{0{,}99 \cdot 2 \cdot 10^{-6}} \text{ sec} \simeq \mathbf{600} \text{ m}$$

Dato che vengono generati nell'alta atmosfera, ad una distanza dalla Terra di oltre $\mathbf{10^{4}}$ m, sulla superficie terrestre dovrebbero essere praticamente assenti mentre realtà essi arrivano fino al livello del mare.

Le relazioni che abbiamo ricavato ci dicono però che la distanza "**misurata**" dal riferimento solidale con il muone in moto **è ridotta rispetto a quella che che si misura in condizione di quiete**; precisamente si ha :

$$\left(x_2 - x_1\right) = \left(x'_2 - x'_1\right) \cdot \left(1 - \frac{V^2}{V_m^2}\right) = \mathbf{10^{4}} \text{ m} \cdot (\mathbf{1 - 0{,}99^{2}}) = \mathbf{199} \text{ m}$$

e quindi riesce facilmente a raggiungere la superficie terrestre.

Il risultato concorda perfettamente anche con il nostro punto di vista. Infatti, la vita media che nel riferimento proprio del muone vale $\mathbf{2 \cdot 10^{-6}}$sec, nel nostro riferimento fornisce un valore più elevato :

67z78

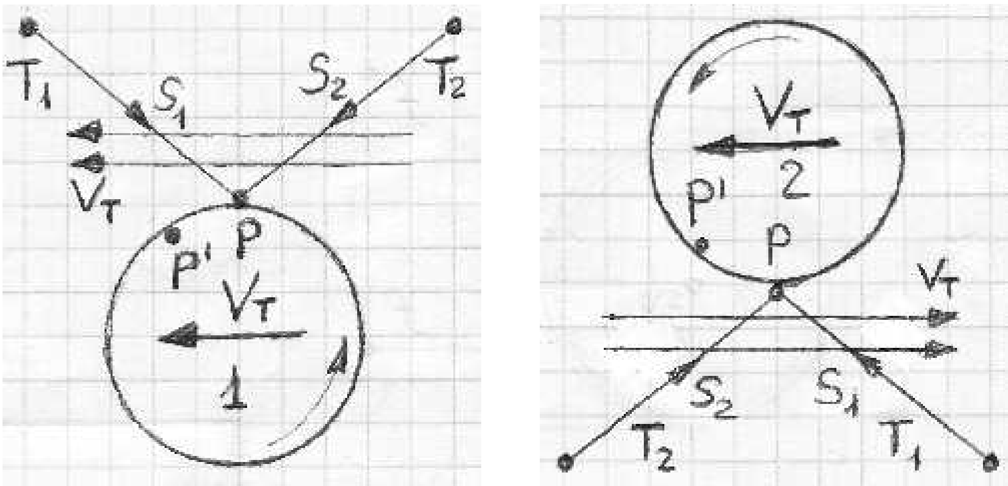
$$\left(t'_2 - t'_1\right) = \frac{\left(t_2 - t_1\right)}{1 - \dfrac{V^2}{V_m^2}} = \frac{\mathbf{2 \cdot 10^{-6}}\,\text{sec}}{(\mathbf{1 - 0{,}99^2})} = \mathbf{1{,}005 \cdot 10^{-4}}\,\text{sec}$$

la distanza che il muone riesce a percorrere in questo tempo sarà:

$$d \simeq \mathbf{3 \cdot 10^8}\,\frac{\text{m}}{\text{sec}} \cdot \mathbf{0{,}99 \cdot 1{,}005 \cdot 10^{-4}}\,\text{sec} \simeq \mathbf{29848}\,\text{m}$$

abbondantemente sufficiente per giungere sulla Terra.

Un'altra prova che viene normalmente citata a supporto della costanza della velocità della luce è il corretto funzionamento del sistema G.P.S. .



In figura è rappresentato, in maniera molto schematica, il funzionamento del sistema con la Terra in due posizioni a distanza di **12** ore una dall'altra. Abbiamo due satelliti geostazionari T_1 e T_2, dei quali è perfettamente nota la posizione rispetto alla Terra, che trasmettono al punto P due segnali $\mathbf{s_1}$ e $\mathbf{s_2}$ che contengono informazioni relative al tempo di emissione.

Rilevando l'istante di arrivo di ciascun segnale il punto P ricava il tempo che essi hanno impiegato per raggiungerlo, moltiplicando i due intervalli di tempo per la velocità di propagazione del segnale, **costante per ipotesi**, si calcola la distanza del punto P dai due trasmettitori e quindi la sua posizione .

67z79

In figura abbiamo indicato la velocità di rivoluzione della Terra che nell'arco di un giorno non subisce variazione apprezzabile del verso.

Con V_T costante, la velocità relativa del ricevitore P rispetto ai segnali non è costante, ma dipende dall'istante considerato. Con la Terra nella posizione **1** la velocità del segnale s_1 rispetto a P risulta $\overrightarrow{V_1} = \overrightarrow{C_l} + \overrightarrow{V_T}$ e quindi si ha $V_1 > C_l$.

Per il segnale s_2 si ha invece $\overrightarrow{V_2} = \overrightarrow{C_l} - \overrightarrow{V_T}$ e quindi risulta $V_2 < C_l$.

Moltiplicando i tempi rilevati per il valore C_l della velocità della luce, si ottiene per T_1 una distanza minore di quella reale, mentre per T_2 risulta una distanza maggiore della reale. Il punto P viene così posizionato erroneamente in P', spostato verso T_1.

Nelle **12** ore successive la situazione si presenta esattamente ribaltata con il risultato di un posizionamento spostato verso T_2 .

In queste condizioni un punto P fermo sulla Terra dovrebbe fornire durante il giorno una indicazione della posizione oscillante rispetto al verso di rotazione della Terra.

Dato che tutto questo non accade e la posizione indicata è sempre corretta, si deve concludere che, **in accordo con il postulato di Einstein**, **la velocità della luce è costante ed indipendente dall'osservatore** e ciò perchè nello spazio non esiste nessun mezzo immobile per la propagazione dei segnali.

Nella teoria degli spazi rotanti è stato dimostrato che tutti i corpi celesti sono in equilibrio con una sfera planetaria di spazio fisico con essi solidale. Quella della Terra ha un raggio di circa $2,158 \cdot 10^6$ K_m e quindi i segnali si muovono attraverso **un mezzo immobile rispetto alla Terra**, dunque sempre con la stessa velocità caratteristica.

Il corretto funzionamento del sistema G.P.S. ci permette di affermare che nello spazio **non esiste un mezzo immobile**, **ma mobile con la Terra e questo giustifica l'azione istantanea della gravità**, che invece risulta in disaccordo con il postulato di Einstein.

Un altro punto a favore del postulato sulla costanza della velocità della luce è

dato dall'invarianza delle equazioni di Maxwell che ne deriva.
E' però da notare che questo accordo è implicito nel metodo che Maxwell ha utilizzato per ricavare le equazioni.

Tutte le teorie prima di Einstein hanno sempre trattato lo spazio solo come un contenitore, puro spazio geometrico nel quale si sviluppano i processi.

Se in un punto dello spazio fisico si produce una perturbazione dell'equilibrio **delle caratteristiche del mezzo** in esso presente, l'esperienza dimostra che la perturbazione, rappresentabile comunque con una funzione sinusoidale, **si propaga attraverso il mezzo**, **con una velocità caratteristica del mezzo stesso**, e si presenta così variabile, sempre con legge con legge sinusoidale, nel tempo e nello spazio.

Indicando con $A(r;t)$ la granzezza che la descrive, trattando la propagazione dell'energia per onde abbiamo visto che, derivando l'espressione due volte rispetto al tempo, **l'equazione di d'Alembert**, nota anche come equazione delle onde :

$$\frac{d^2 A(r;t)}{dr^2} - \frac{1}{V_m^2} \cdot \frac{d^2 A(r;t)}{dt^2} = 0$$

Nella relazione il mezzo è considerato isotropo ed immobile e V_m la velocità di propagazione, **indipendente delle condizioni di moto dell'osservatore**.

Prima di Einstein era ritenuto normale assumere spazio e tempo come grandezze indipendenti, **con valore assoluto**, senza acuna necessità di specificare.
Per ricavare le coordinate r' e t' rilevate da un sistema di riferimento in moto rispetto al mezzo, si applicava la trasformazione di Galileo.
Questo è possibile se la perturbazione $A(r;t)$, che si propaga attraverso il mezzo, rappresenta il messaggio da trasferire e non il segnale utilizzato per il rilievo delle coordinate r e t.

L'equazione di d'Alembert è dunque invariante rispetto all'osservatore con le stesse condizioni in cui lo è la trasformazione di Galileo.

Nel paragrafo a questo dedicato, abbiamo visto come, applicando operatori

67z81

matematici ed un eccezionale intuito alle relazioni già note, Maxwell definì "**le relazioni che legano il campo elettrico ed il campo magnetico variabili nel tempo e nello spazio**" (pag. **2158**) :

$$\frac{d\overrightarrow{K_e}}{dt} \rightarrow \frac{d\overrightarrow{K_e}}{dr} = -\frac{d\vec{B}}{dt} \rightarrow -\frac{d\vec{B}}{dr} = \varepsilon \cdot \mu \cdot \frac{d\overrightarrow{K_e}}{dt}$$

Queste relazioni definiscono quantitativamente processi sperimentali noti. Esse infatti dicono che un campo elettrico variabile nel tempo (dunque anche una perturbazione del campo elettrico) **si propaga nello spazio**, generando un campo elettrico variabile nello spazio, che genera, a sua volta, un campo magnetico variabile nel tempo.

Il campo magnetico così generato **si propaga nello spazio**, dando origine a un campo magnetico variabile nello spazio, che genera a sua volta un campo elettrico variabile nel tempo e così via.

Si crea così un processo di rigenerazione continua con i due campi variabili nel tempo che si propagano nello spazio come un'unica entità, **definita campo elettromagnetico**.

Derivando la prima equazione rispetto a r e la seconda rispetto a t si ottiene

$$\frac{d^2\overrightarrow{K_e}}{dr^2} = -\frac{d\vec{B}}{dtdr} \quad ; \quad -\frac{d^2\vec{B}}{drdt} = \varepsilon \cdot \mu \cdot \frac{d^2\overrightarrow{K_e}}{dt^2}$$

da cui si ricava :

$$\frac{d^2\overrightarrow{K_e}}{dt^2} = (\varepsilon \cdot \mu) \cdot \frac{d^2\overrightarrow{K_e}}{dr^2}$$

Derivando invece la prima equazione rispetto a t e la seconda rispetto a r si ottiene :

$$\frac{d^2\vec{B}}{dt^2} = (\varepsilon \cdot \mu) \cdot \frac{d^2\vec{B}}{dr^2}$$

67z82

Dal confronto di queste due ultime espressioni con l'equazione di d'Alembert " **si evidenzia una perfetta coincidenza formale** " e questo ci permette di **ipotizzare una propagazione nello spazio per onde** del campo elettrico e del campo magnetico variabili, quindi del campo elettromagnetico, facendo coincidere i due fattori di proporzionalità : $(\varepsilon \cdot \mu) = \frac{1}{V_m^2}$

da cui si ricava la velocità di propagazione :

$$V_m = \frac{1}{\sqrt{(\varepsilon \cdot \mu)}}$$

ed in effetti i due membri dimensionalmente coincidono.

All'epoca in cui vennero elaborate queste relazioni il valore di ε nel vuoto era noto con un certo grado di imprecisione, tuttavia **sufficiente per mettere in evidenza la coincidenza del rapporto** $\frac{1}{\sqrt{(\varepsilon_0 \cdot \mu_0)}}$ **con il valore della velocità della luce nel vuoto**, nota anch'essa con molta imprecisione.

Questa osservazione ha consentito di ipotizzare la natura elettromagnetica della luce con le conseguenze che conosiamo.

Quello che però interessa ora mettere in evidenza è che la velocità della luce, **diventa la velocità di propagazione delle onde elettromagnetiche nello** "**spazio vuoto**", **inteso come privo di materia organizzata**.

Con questa origine, è chiaro che le equazioni di Maxwell avranno la stessa validità di quella di d'Alembert.
Non saranno quindi invarianti rispetto all'osservatore.
Il tentativo di renderle tali è una delle ragioni che hanno portato Einstein alla formulazione del postulato sulla costanza della velocità della luce e quindi alla trasformazione di Lorentz di cui si è detto.

Come abbiamo già detto, tutto questo ha origine da un'errata interpretazione dell'esperimento di Michelson.

67z83