– regole per la sintesi nucleare di qualsiasi isotopo ipotizzabile

A questo punto osserviamo che l'espressione dell'energia $E_0(N)$ è stata ricavata considerando **tutti** i neutroni presenti nel nucleo posti al centro dello spazio rotante nucleare.

Sperimentalmente si osserva che essi presentano un'efficienza, nel generare spazio rotante, che non si riduce gradualmente con l'aumentare del numero N, ma solo quando si passa da un livello al successivo.

E' chiaro che questo comportamento non si concilia con un nucleo centrale di neutroni che **si incrementa**, **con continuità**, di una unità alla volta, anche se la relazione che abbiamo così ricavato fornisce poi valori esatti della energia di legame del nucleo.

Deve dunque esistere un meccanismo che consente all'energia di legame di aumentare agendo direttamente sull'ultimo livello, **senza alcuna necessità di incrementare il numero dei neutroni centrali**.

A questo punto notiamo che, se nell'espressione dell'energia $E_0(N)$, viene sostituito il numero dei protoni Z a quello dei neutroni N, per i nuclei aventi $N = Z$, si ottiene il valore corretto dell'energia di legame, indipendentemente dall'isotopo considerato e dunque dal valore dell'ultimo livello p_s occupato.

Dunque, l'aumento di energia di legame E_{ZN} prodotto dai neutroni eccedenti rispetto ai protoni non passa attraverso un incremento dello spazio rotante, **il quale non cambia se al centro non si aggiungono neutroni**.

In definitiva, i neutroni eccedenti il numero Z, $(I = N - Z)$, **devono produrre un aumento di energia** pur restando tra le orbite dello spazio rotante neutronico.

Essendo praticamente nullo lo spazio rotante **generato dal neutrone libero**, i neutroni tra le orbite **sarebbero soggetti a moti casuali**, i quali darebbero origine ad una **grande instabilità** dei nuclei, in netto contrasto con quanto si rileva sperimentalmente.

La contraddizione tra l'osservazione e la teoria può essere eliminata solo se i neutroni in eccesso **occupano posizioni stabili ben definite**, in definitiva orbite, che impediscono gli urti con i protoni in moto sulle orbite nucleari.

Per poter produrre questo risultato, il neutrone dovrebbe poter generare uno spazio rotante uguale a quello del protone, **necessario per poter produrre una condizione di equilibrio sulle orbite**.

Da solo il neutrone non è in grado di fare questo.

Se però esso si lega ad un protone in orbita, **il deutone che ne risulta** si comporta come un protone **avente una massa di valore circa doppio e potrà certamente restare in equilibrio sull'orbita**.

Essendo l'energia di legame, numericamente, uguale al valore dell'energia cinetica della massa in orbita, **ne risulta un valore doppio di quello che si associa ad un protone in moto sulla stessa orbita**.

In questo modo si ottiene, per ogni deutone orbitante, un aumento dell'energia di legame pari a :

$$\Delta E_{1d} = 2{,}224 \text{ MeV} + E_{1P_sP} \cdot \frac{m_d - m_e}{m_p}$$

senza alcun incremento dello spazio rotante nucleare .

Risulta chiaro, **a questo punto**, **il motivo per cui** i nuclei diventano instabili oltre un certo valore del numero dei neutroni in eccesso, espresso dal numero isotopico :

$$I = \left(\frac{Z}{8} - 1 \right)^{1{,}7}$$

dove il numero atomico Z , **per nuclei saturi**, **senza lacune**, con p_s orbite occupate, vale :

$$Z = \sum 2 \cdot p^2 = \frac{p_s \cdot \left(p_s + 1\right) \cdot \left(2 \cdot p_s + 1\right)}{3}$$

781

Se un nucleo con $N = Z$, dunque con orbite occupate solo da protoni, è in perfetto equilibrio, ancor più se le orbite sono sature con un numero di protoni $n_p = 2 \cdot p^2$, la sostituzione di uno di essi con un deutone certamente perturba l'equilibrio che si è stabilito tra il nucleo centrale e la periferia.

La sostituzione lascia infatti immutato lo spazio rotante nucleare generato dal centro, e quindi in questo senso **" non modifica la capacità del nucleo centrale di sostenere protoni in orbita "**, dunque, per avere ancora una condizione di equilibrio, sarà sempre necessario avere sull'orbita uno spazio controrotante uguale a quello iniziale.

Come abbiamo visto trattando la teoria generale, **per l'equilibrio è ancora necessario che venga verificato " l'equilibrio del momento angolare tra la sfera solare centrale e sfere planetarie ".**

Infine, **deve essere soddisfatto il limite dell'energia potenziale per strato** che viene associata al livello considerato.
Per semplicità di esposizione, consideriamo la prima approssimazione :

$$K_d^2 \simeq K_p^2 \quad ; \quad m_d \simeq 2 \cdot m_p$$

Lo spazio rotante associato al deutone, K_p^2 , soddisfa sempre perfettamente la prima condizione e quindi, da questo punto di vista non si creano problemi.

Per quanto riguarda invece le altre due condizioni, ricordiamo che sono state ricavate le relazioni :

$$E_{1P_s d} = E_d + \frac{1}{2} \cdot m_d \cdot V_{P_s}^2 = E_d + \frac{1}{2} \cdot m_d \cdot \frac{V_{11P}^2}{p_s^2}$$

$$M_{1P_s d} = M_d + m_d \cdot V_{P_s} \cdot R_{P_s} = M_d + m_d \cdot K_N^2 \cdot p_s$$

dalle quali, trascurando E_d e M_d rispetto ai valori orbitali, vediamo che, se si raddoppia la massa, si raggiungono i livelli di saturazione con un numero di particelle in orbita pari alla metà del numero di protoni.

Quando questo limite viene raggiunto, per esempio, con una distribuzione di particelle del tipo : $\left(2 \cdot p_s^2 - 2\right)$ deutoni $+$ **2** protoni

sull'orbita associata al numero p_s non è più possibile aggiungere altri deutoni o protoni.

Se, per le condizioni di moto locali, **la sintesi di un deutone comunque si realizza**, **sull'orbita si crea una perturbazione dell' equilibrio**, alla quale si rimedia lasciando il deutone in equilibrio sull'orbita p_s , mentre un protone si sposta sull'orbita più esterna, associata a $\left(p_s + 1\right)$, dove lo spazio rotante può ancora sostenere protoni in orbita.

In altre circostanze può rendersi necessario mandare sull'orbita più esterna il deutone sintetizzato.

Comunque, dalle espressioni di E_{1P_sd} e M_{1P_sd} vediamo che lo spostamento all'esterno, aumentando p_s , **riesce a rimediare all'energia mancante**, **ma peggiora la condizione di equilibrio del momento angolare**, che subisce un aumento mentre viene richiesta una riduzione.

In definitiva, il nucleo, che viene così sintetizzato, si ritrova con un momento angolare delle particelle planetarie maggiore di quello associato al nucleo di neutroni polarizzati al centro, che invece non è aumentato.

Questa condizione crea nel nucleo (come in qualsiasi altro sistema legato) una naturale tendenza ad evolvere nella direzione che produce una riduzione dello squilibrio.

Se teniamo conto che negli spazi rotanti le orbite stabili che possono essere occupate sono solo quelle quantizzate, diventa facile capire che questa tendenza potrà manifestarsi solo quando vengono raggiunte le condizioni che portano ad un sistema quantizzato stabile.

Prima che venga raggiunta questa nuova configurazione, ad un osservatore il sistema apparirà assolutamente stabile, anche se presenta al suo interno una tensione che aumenta con il numero dei deutoni presenti sull'ultima orbita.

E' chiaro che esiste un valore dello squilibrio, e dunque della tensione interna sopportabile dal nucleo (quindi anche del numero di deutoni in equilibrio sulla ultima orbita), oltre il quale il nucleo evolve verso una configurazione stabile.

Per quanto abbiamo visto, un ulteriore aumento di N, rende il nucleo instabile e quindi, **l'unica evoluzione possibile**, **per ottenere una configurazione più stabile**, **è un** aumento **spontaneo** del numero atomico Z, **capace di produrre un incremento dello spazio rotante nucleare**.

Questo risultato si potrà ottenere solo con la trasformazione spontanea di un deutone orbitante in una coppia $P - N$ polarizzata . Il processo dettagliato verrà analizzato in seguito.

Sinteticamente possiamo comunque dire che un deutone periferico assorbe l'energia necessaria e si scinde in protone più neutrone.
Dovendo verificare **le leggi generali che regolano l'equilibrio del sistema ed i principi di conservazione**, Il protone si fermerà in equilibrio sull'orbita, mentre il neutrone si allontanerà in direzione della tangente **con una energia cinetica uguale a quella di legame**, E_{1P_SP} .

Dato che "**il neutrone esiste solo come aggregato polarizzato**" in coppia con il protone, **si divide**, emettendo un elettrone β^-, che si allontana fuori dal nucleo, ed un protone, che invece rimane in equilibrio sull'orbita più esterna e forma una coppia polarizzata con un neutrone interno.

Dal nucleo $\left(Z\ ;\ N\right)$, giunto alla massima instabilità, si sintetizza così quello successivo $\left(Z + \mathbf{1}\ ;\ N - \mathbf{1}\right)$.

Spesso accade che il neutrone in moto con un'energia generalmente elevata (in genere $\mathbf{5 \div 6}$ MeV) urta un deutone periferico, dividendolo prima di uscire dal nucleo.
In questo caso, ed è il più frequente, il nucleo formato sarà $\left(Z + \mathbf{1}\ ;\ N - \mathbf{2}\right)$.

Nell'analisi che abbiamo fatto, è stata considerata come **perturbazione** solo l'energia cinetica del neutrone legato al protone in orbita, trascurando il valore dell'energia di legame propria del deutone.

Questa approssimazione risulta accettabile solo per nuclei aventi un numero atomico basso.

784

Per valori elevati del numero atomico l'incidenza di questa energia è rilevante e quindi, aggiungendo neutroni si giunge molto più rapidamente all'instabilità. Per esempio, con $N = \mathbf{146}$ e $p_s = \mathbf{7}$ si ottiene :

$$E_{1P_sP} = \frac{\mathbf{387,70}\ \text{MeV}}{\mathbf{2 \cdot 7^2}} = \mathbf{3,956}\ \text{MeV}$$

confrontabile con l'energia di legame del deutone $E_d = \mathbf{2,224}$ MeV.

Il modello del nucleo atomico deve essere dunque **ripensato** con uno spazio rotante generato da un numero di neutroni centrali $N = Z$ che si compattano in un nucleo centrale " **impenetrabile** " **attorno al quale orbitano i protoni e tutti i deutoni**, **che sono stati sintetizzati dai neutroni eccedenti**.

Si tratta, a questo punto, di stabilire un criterio per poter definire l'evoluzione, di tutti i nuclei ipotizzabili, secondo questo meccanismo.

Ricordiamo che l'energia di legame di tutti i nuclei noti è stata calcolata, **con una buona approssimazione**, utilizzando la relazione :

$$E_{ZN}(N) = E_0(N) \cdot \left[\left(p_s - \mathbf{1}\right) + \frac{n_P}{\mathbf{2} \cdot P_S^2} \right]$$

nella quale l'energia $E_0(N)$ **viene resa disponibile da tutti** i neutroni presenti nel nucleo **e la saturazione dei livelli**, **da parte dei protoni**, **viene considerata regolare**, "**senza alcuna lacuna**", **secondo la relazione** $n_p = \mathbf{2} \cdot p^2$.

Secondo il nuovo modello, la stessa energia si dovrà calcolare con la nuova relazione :

$$E_{ZN}(Z) = E_0(Z) \cdot \sum \frac{n}{\mathbf{2} \cdot P^2} + \mathbf{2{,}224} \cdot n_d = E_0(Z) \cdot \alpha + \mathbf{2{,}224} \cdot n_d$$

nella quale **n** non rappresenta **il numero di particelle in orbita**, **ma il numero di unità di massa**. Si calcola il fattore α con la relazione :

785

$$\alpha = \frac{E_0(N) \cdot \left[\left(p_s - 1\right) + \dfrac{n_p}{2 \cdot p^2} \right] - 2{,}224 \cdot n_d}{E_0(Z)}$$

e si cerca la distribuzione orbitale che fornisce questo valore, verificando la condizione che :

– **I primi a saturarsi siano i livelli nucleari più bassi**

– **che si abbia dunque**, **quando è possibile**, **uno scorrimento dei protoni verso questi livelli**.

I deutoni orbitali, e quindi i neutroni che essi trasportano, si trovano così spinti ad occupare le orbite più periferiche, apportando al nucleo una perturbazione minore e dunque la massima stabilità consentita al sistema così formato.

Per esemplificare quanto abbiamo detto, consideriamo il nucleo Fe_{26} di cui si voglia ricavare la composizione delle orbite dei diversi isotopi.

Dalla tabella a pagina 756, si ricavano i valori delle energie per strato :

$$E_0(26) = 155{,}66 \text{ MeV}$$

$$E_0(28) = \mathbf{163.28} \text{ MeV} \quad ; \quad E_0(29) = \mathbf{166.31} \text{ MeV} \quad ; \quad E_0(30) = \mathbf{169.33} \text{ MeV}$$

$$E_0(31) = \mathbf{172.36} \text{ MeV} \quad ; \quad E_0(32) = \mathbf{175.38} \text{ MeV}$$

Per il primo isotopo Fe_{26}^{54} , essendo il numero isotopico $I = \mathbf{28 - 26 = 2}$, dovrà essere :

$N = Z = 26$ **neutroni polarizzati al centro**,

24 **protoni più** 2 **deutoni in orbita**

$$\alpha(28) = \frac{E_0(N) \cdot \left[\left(p_s - 1\right) + \dfrac{n_p}{2 \cdot p^2} \right] - 2{,}224 \cdot n_d}{E_0(Z)} =$$

786

$$= \frac{163{,}28 \cdot \left(2 + \frac{16}{18}\right) - 2{,}224 \cdot 2}{155{,}66} = 3{,}001733$$

I neutroni polarizzati al centro saranno : $N = Z = 26$

sulle orbite avremo : 2 deutoni e 24 protoni.

Saturando i primi livelli, la disposizione più semplice è la seguente :

$$(26n) - \left[2p + 8p + (14p + 2d)\right]$$

con un fattore di riempimento :

$$\alpha = 2 + \frac{14}{18} + \frac{1.999008 \cdot 2}{18} = 2{,}999890$$

Essendo $\alpha \simeq \alpha(28)$, possiamo ritenere corretta la disposizione orbitale che abbiamo proposto.

Procedendo con gli stessi calcoli, con : $I = N - Z = 3$
per il secondo isotopo si ottiene :

$$\alpha(29) = \frac{166{,}31 \cdot \left(2 + \frac{16}{18}\right) - 2{,}224 \cdot 3}{155{,}66} = 3{,}043679$$

Saturando gli strati interni, **con** 23 **protoni più** 3 **deutoni in orbita** , la disposizione più semplice risulta la seguente.

$$(26n) - \left[2p + 8p + (12p + 3d) + (1p + 0d)\right]$$

con un fattore di riempimento :

787

$$\alpha_1 = 2 + \frac{12}{18} + \frac{1.999008 \cdot 3}{18} + \frac{1}{32} = \mathbf{3,031085} < \alpha(29)$$

per aumentare il valore di α , spostiamo il protone dal quarto al terzo livello, secondo lo schema :

$$(26n) - \left[2p + 8p + (13p + 3d)\right]$$

che fornisce un fattore di riempimento : $\alpha_2 = \mathbf{3,055390} > \alpha(29)$
Essendo la struttura quantizzata, non si hanno altre soluzioni :
il nucleo non può esistere, oppure in realtà "esistono entrambi gli isotoni" **e formano un miscuglio.**

In quest'ultimo caso si avrà, apparentemente $\alpha \simeq \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \simeq \mathbf{3,043238}$

I rilievi sperimentali escludono però l'esistenza di questo miscuglio.

Per gli altri isotopi si ricava :

$$\alpha(30) = \frac{169,33 \cdot \left(2 + \frac{16}{18}\right) - 2,224 \cdot 4}{155,66} = \mathbf{3,085440}$$

la configurazione più semplice sarà :

$$(26n) - \left[2p + 8p + (12p + 3d) + (0p + 1d)\right]$$

che fornisce : $\alpha = \mathbf{3,062304} < \alpha(30)$.

Per aumentare questo valore, spostiamo una unità di massa dal quarto livello al terzo, secondo lo schema :

$$(26n) - \left[2p + 8p + (11p + 4d) + (1p + 0d)\right]$$

che porta a un fattore di riempimento : $\alpha = 3,086585 > \alpha(30) = 3,085440$
Non avendo possibilità di spostare una massa minore di una unità, il risultato deve essere ritenuto accettabile (anche perchè in questo caso la differenza rientra nei limiti delle approssimazioni dei calcoli).

E’ da notare che sul terzo livello si ha una unità di massa **eccedente** rispetto al valore $2 \cdot p^2$, corrispondente alla saturazione e quindi anche alla massima stabilità.

Per quanto abbiamo già detto, questa eccedenza genera **una tendenza** nel nucleo ad evolvere verso una configurazione più stabile. che si può prendere in esame con la " **distanza relativa dell’energia e del momento angolare dai valori associati alla saturazione del livello**. Si ha quindi una relazione del tipo :

$$i = \frac{n - 2 \cdot p^2}{2 \cdot p^2} \cdot 100$$

nel nostro caso risulta : $$i = \frac{19 - 18}{18} \cdot 100 = 5,55\%$$

E’ chiaro che, se un isotopo esiste, vuol dire che una perturbazione di questa entità non rende ancora il nucleo instabile.
Per gli altri isotopi si ricava :

$$\alpha(31) = \frac{172,36 \cdot \left(2 + \dfrac{16}{18}\right) - 2,224 \cdot 5}{155,66} = 3,127386$$

la configurazione più semplice sarà :

$$(26n) - \left[2p + 8p + (10p + 4d) + (1p + 1d)\right]$$

con un fattore di riempimento :

789

$$\alpha = 2 + \frac{10 + 1.999008 \cdot 4}{18} + \frac{1 + 1.999008 \cdot 1}{32} = 3,093499$$

Spostiamo un protone dal quarto al terzo livello ed abbiamo :

$$(26n) - \left[2p + 8p + (11p + 4d) + (0p + 1d)\right]$$

si ottiene così $\alpha = 3,117804 < \alpha(31)$ che non risulta sufficiente. Spostiamo quindi sul terzo livello un deutone invece del protone :

$$(26n) - \left[2p + 8p + (10p + 5d) + (1p + 0d)\right]$$

si ricava $\alpha = 3,142085 > \alpha(31) = 3,127386$.

Essendo il valore medio : $\dfrac{3,142085 + 3,117804}{2} = 3,129944 \simeq \alpha(31)$, si può pensare all'esistenza di un miscuglio di entrambi gli isotopi.

Infine, per l'ultimo isotopo si ha :

$$\alpha(32) = \frac{175,38 \cdot \left(2 + \dfrac{16}{18}\right) - 2,224 \cdot 6}{155,66} = 3,169146$$

$$(26n) - \left[2p + 8p + (10p + 5d) + (0p + 1d)\right]$$

$\alpha = 3,173305 \simeq \alpha(32)$.

Si deve tenere presente che questi calcoli sono stati fatti solo per ricavare un metodo e per chiarire quanto è stato prima esposto.
Configurazioni più precise e definitive si potranno ottenere solo considerando la sintesi **a partire dagli isotopi più leggeri**.

Il confronto tra le **configurazioni orbitali** di due isotopi contigui ci consente di enunciare una regola generale, applicando la quale si passa da un nucleo atomico al successivo, **con** Z **costante**, precisamente :

il passaggio $$(Z\,;\,N) \longrightarrow (Z\,;\,N+1)$$

lascia invariato il numero di neutroni del nucleo compatto centrale e quindi diminuisce di una unità il numero dei protoni p **in orbita, mentre aumenta di una unità quello dei deutoni** d.

Normalmente gli scambi si verificano tra l'ultimo ed il penultimo livello.

Essendo rimasto invariato lo spazio rotante generato dal nucleo centrale, se il deutone viene sintetizzato sul livello p_s , passando da un isotopo a quello successivo, l'incremento dell'energia di legame sarà dato dalla somma della energia di legame tra protone e neutrone più la differenza di energia cinetica tra quelle del deutone sintetizzato e del protone iniziale che si muovono sulla stessa orbita. Sarà dunque :

$$E_{pn} = \left(m_p + m_n + m_e - m_d\right) \cdot C_l^2 = \mathbf{2{,}224}\ \text{MeV}$$

e quindi :

$$E_{ZN}(Z\,;\,N+1) - E_{ZN}(Z\,;\,N) = E_{1P_sP}(Z) \cdot \Delta m + \mathbf{2{,}224}\ \text{MeV}$$

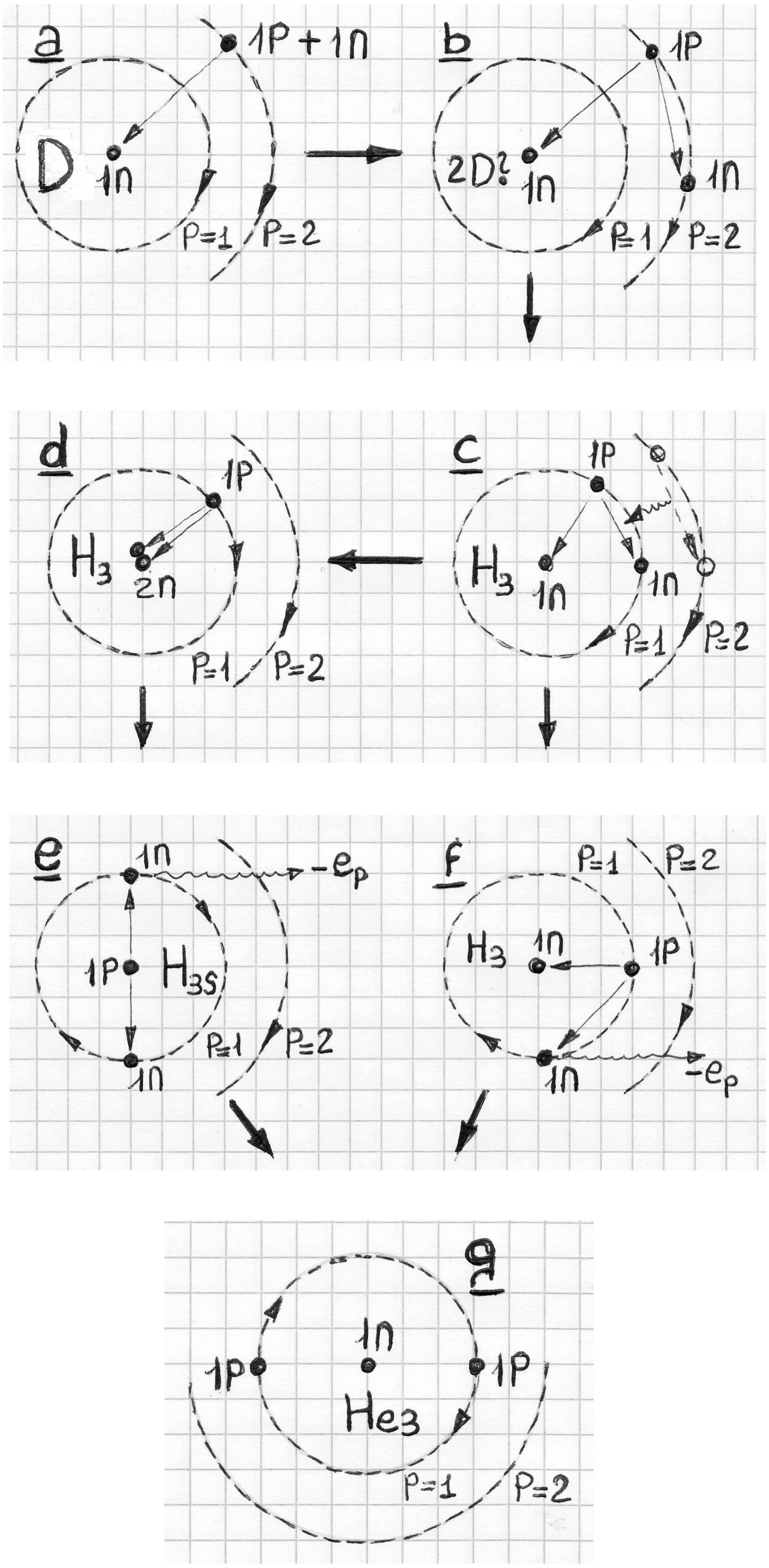
considerando tutti i deutoni in orbita, l'incremento di energia sarà dunque :

$$\Delta E_{ZN} = \sum \left(\frac{E_0(Z)}{\mathbf{2} \cdot p^2} \cdot \mathbf{0{,}999008} + \mathbf{2{,}224}\ \text{MeV} \right)$$

Notiamo che nel caso degli isotopi i neutroni in eccesso vengono considerati aggiunti al nucleo.

Se invece si ha la conversione interna di un deutone in due protoni, come per esempio sembrerebbe accadere nella reazione $H_1^3 \rightarrow He_2^3$ nel calcolo si deve fare riferimento allo schema seguente.

791


a
1P + 1n
D
1n
P=1
P=2
b
1P
2D?
1n
1n
P=1
P=2
d
1P
H3
2n
P=1
P=2
c
1P
H3
1n
1n
P=1
P=2
e
1n
-ep
1P
H3S
1n
P=1
P=2
f
P=1
P=2
H3
1n
1P
1n
-ep
g
1n
1P
1P
He3
P=1
P=2

792